ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "МАТЕМАТИКА "

направление подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата)

Пятигорск, 2020

Методические материалы дисциплины «Математика», относящейся к базовой части учебного плана, составленного на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент, квалификация выпускника «Бакалавр», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 января 2016 г. № 7.

Составители методических материалов:

Заведующий кафедрой физики и математики,
д-р тех. наук, профессор ____________ В.Т. Казуб

Старший преподаватель кафедры физики и математики ____________ Ю.А. Болгова

Методические материалы переработаны, рассмотрены и одобрены на заседании кафедры физики и математики

Протокол № 1 от «28» августа 2020 года

Заведующий кафедрой физики и математики,

д-р тех. наук, профессор ____________ В.Т. Казуб

Методические материалы одобрены учебно-методической комиссией

Протокол №1 от «30 » августа 2020 года

Председатель УМК, д.биол.н., профессор ____________ Доркина В.Г.

Методические материалы утверждены на заседании Центральной методической комиссии

Председатель ЦМК ____________ Черников М.В.

ФГБОУ ВО ВОЛГГМУ МИНЗДРАВА РОССИИ

Подписано цифровой подписью: ФГБОУ ВО ВОЛГГМУ МИНЗДРАВА РОССИИ
Дата: 2021.02.09 15:09:01 +03'00'

Содержание

**ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации**

Кафедра физики и математики

Авторы: В.Т. Казуб, Ю.А. Болгова

Методические материалы (указания, разработки, рекомендации) для преподавателей по дисциплине «Математика».

Направление подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата)

Пятигорск 2020

Занятие № 1

ТЕМА: Решение систем линейных уравнений

Цель: Закрепить понятие матрицы, единичной матрицы, суммы и произведения матриц.Нахождение обратной матрицы и ранга матрицы.

Место проведения: учебная аудитория.
Время проведения: 2 часа
Перечень практических навыков:

- Нахождение единичной матрицы;
- Определение ранга матрицы с приведением ее к каноническому виду.
- Определение произведения матриц, умножения матрицы на число
- Применение методов при решении систем линейных алгебраических уравнений
- Проверка системы на совместность
- Применение свойств системы линейных уравнений
- Применение элементарных преобразованийпри решении систем линейных уравнений

Формируемые компетенции: ОК – 6
Основные вопросы, предлагаемые для обсуждения:

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
1. Понятие единичной матрицы
2. Минор матрицы
3. Алгебраическое дополнение
4. Метод Гаусса
5. Понятие система линейных уравнений
6. Совместность, однородность системы
7. Свойства системы линейных уравнений
8. Элементарные преобразования систем

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10

4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:
Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса

Основные этапы работы на практическом занятии:
1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие № 2
ТЕМА: Производные сложной функции. производные высших порядков. Правило Лопиталя
Цель: Освоить понятия предела, производной. Правила дифференцирования
Место проведения: учебная аудитория.
Трудоемкость:2 часа
Перечень практических навыков:

- Нахождение предела функции.
- Определение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
- Нахождение производной функции.
- Применение основныхправил дифференцирования.
- Раскрытие неопределённостей.
- Применение таблицы производных.
- Определение точек разрыва и непрерывной функции.
- Использование основных теорем для непрерывных функций.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Геометрический смысл производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Производная сложной функции.
4. Производная обратной функции.
5. Производная функции, заданной параметрическими уравнениями.
6. Производная функции, заданной неявно.
7. Производная степенно-показательной функции.

Формируемые компетенции: ОК-6

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10
4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:
Понятие сложной функции. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Свойства производной

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №3

ТЕМА: Исследование функций. План полного исследования функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

Цель: Отработать практические навыки дифференцирования и нахождения производной

Место проведения: учебная аудитория.

Трудоемкость:2 часа

Перечень практических навыков:

- Определение промежутков возрастанияи убыванияфункций.
- Нахождение экстремума функции.
- Использование необходимого условия возрастания и убывания функции.
- Применение достаточногоусловия экстремума.
- Нахождение наибольшегои наименьшегозначения функции на отрезке.
- Определение выпуклости, вогнутости, точки перегиба.
- Нахождение точек разрыва.
- Использование плана исследования функций при построении графиков функций.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Необходжимое и достаточное условие возрастания функции.
2. Точки разрыва функции.
3. Определение области определения функции.
4. Основные свойства функции.
5. Экстремум фунции.
6. Точки максимума и минимума функции.
7. Возрастание и убывание функции.

Формируемые компетенции: ОК-6

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10
4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:
Приложение производной к исследованию функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №4

ТЕМА: Основные методы интегрирования. Понятие определенного интеграла и его свойства. Методы вычисления определенного интеграла

Цель: Закрепить понятие первообразной, вычисления интегралов, площадей криволинейных фигур

Место проведения: учебная аудитория.

Трудоемкость:2 часа

Перечень практических навыков:

- Решение задачи о площади криволинейной трапеции.
- Решение задачи о массе тела.
- Определение определённого интеграла, используя формулу Ньютона-Лейбница.
- Применение основных свойств определённого интеграла.
- Рассмотрение интеграла как функции верхнего предела.
- Применение формулы Ньютона – Лейбница.
- Применение метода замены переменной в определённом интеграле.
- Использование метода интегрирования по частям при вычислении определённого интеграла.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Основные свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Интегрирование методом замены переменной (способ подстановки).
5. Интегрирование по частям.

Формируемые компетенции: ОК-6

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10
4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:

Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №5

ТЕМА: Случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Цель: Строить ряд распределения случайной величины,записывать распределение ДСВ и НСВ, заданных содержательным образом, графически изображать распределение ДСВ

Место проведения: учебная аудитория.

Трудоемкость:2 часа

Перечень практических навыков:

- Построение дискретного ряда случайной величины
- Построение ряда непрерывных случайных величин
- Нахождение математического ожидания для дискретной случайной величины
- Нахождение дисперсии для дискретной случайной величины
- Нахождение математического ожидания для непрерывной случайной величины
- Нахождение дисперсии для непрерывной случайной величины
- Нахождение функции распределения случайные величины
- Определение плотности распределения вероятностей

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Случайные величины. Виды. Закон распределения
2. Основные характеристики дискретных случайных величин
3. Функция распределения. Основные свойства.
4. Функция распределения. График функции распределения
5. Плотность распределения вероятностей и ее свойства
6. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики.
7. Нормальный закон распределения. Кривая распределения. Плотность вероятностей

Формируемые компетенции: ОК-6

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10

4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:
Дискретные, непрерывные случайные величины. Закон распределения. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Нормальный закон и кривая Гаусса.
Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №6
ТЕМА:Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды
Цель: Приближенные методы отыскания законов распределения и числовых характеристик по результатам эксперимента
Место проведения: учебная аудитория.
Трудоемкость:2 часа
Перечень практических навыков:

- Сбор и отбор данных из генеральной совокупности
- Определение выборки
- Построение полигона и гистограммы
- Построение статистического ряда распределения
- Построение вариационного ряда распределения
- Определение точечных оценок
- Нахождение интервальных оценок параметров распределения

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Основные задачи математической статистики. Виды и способы отбора.
2. Вариационные ряды и их характеристики.
3. Генеральные и выборочные средние.
4. Генеральная и выборочная дисперсии, формула для вычисления дисперсии.
5. Понятие об оценивании параметров распределения.
6. Интервальные оценки параметров распределения.

7. Оценка неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднем квадратичном отклонении.

Формируемые компетенции: ОК-6

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

Хронокарта карта занятия

№	Этап занятия	Время/мин.
1	Организация занятия	10
2	Определения цели и темы занятия	5
3	Выявление исходного уровня знаний	10
4	Разбор основных вопросов практического занятия	20
5	Выполнение практической работы	30
6	Проведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний.	15

Краткое содержание темы:

Генеральная совокупность, выборка. Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Точечные оценки параметров распределения

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Список литературы:

7.1. Рекомендуемая литература				
7.1.1. Основная литература				
№	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Малугин В.А.	Математический анализ для экономического бакалавриата: учеб. и практикум	М.: Юрайт, 2013	21
Л1.2	Кремер Н.Ш.	Линейная алгебра: учеб. и практ. для академич. бакалавриата	М.: Юрайт, 2014	20

Л1.3	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров	М.: Юрайт, 2014	20
	7.1.2 Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Павлушков И.В	Основы высшей математики и статистики: учеб.	ГЭОТАР-Медиа, 2008	311
7.1.3. Методические разработки				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во

7.2. Электронныеобразовательныересурсы		
1	Кундышева, Е.С. Математика / Е.С. Кундышева. – 4-е изд. – Москва :Издательско-торговаякорпорация «Дашков и К°», 2015. – 562 с. :табл., граф., схем., ил. – Режимдоступа:: http://biblioclub.ru	ЭБС «Университетская библиотека». Договор №551-11/19 «Об оказании информационных услуг» от 02.12.2019 г. Срок действия с 1 января по 31 декабря 2020 г.
2	Павлушков И.В., *Математика* [Электронныйресурс] : учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2013. - 320 с. - ISBN 978-5-9704-2696-8 - Режимдоступа: http://www.studmedlib.ru	ЭБС «Консультант студента». Контракт №73 ИКЗ 191344404847226324300100090026399000 от 12 ноября 2019 г. Срок действия с 1 января 2020 г. по 31 декабря 2020 г.

7.3. Программноеобеспечение

1. MicrosoftOffice 365. Договор с ООО СТК «ВЕРШИНА» №27122016-1 от 27 декабря 2016 г.
2. Kaspersky Endpoint Security Russian Edition. 100149 Educational Renewal License 1FB6161121102233870682. 100 лицензий.
3. Office Standard 2016. 200 лицензий OPEN 96197565ZZE1712.
4. Microsoft Open License :66237142 OPEN 96197565ZZE1712. 2017
5. Microsoft Open License : 66432164 OPEN 96439360ZZE1802. 2018.
6. Microsoft Open License : 68169617 OPEN 98108543ZZE1903. 2019.
7. Операционныесистемы OEM, OS Windows XP; OS Windows 7; OS Windows 8; OS Windows 10. На каждом системном блоке и/или моноблоке и/или ноутбуке. Номер лицензии скопирован в ПЗУ аппаратного средства и/или содержится в наклеенном на устройство стикере с голографической защитой.
8. Система автоматизации управления учебным процессом ООО «Лаборатория ММИС»
9. Доступ к личному кабинету в системе «4Portfolio». Договор № В-21.03/2017 203 от 29 марта 2017
10. Доступ к личному кабинету в системе «ЭИОС»
11. Система электронного тестирования VeralTestProfessional 2.7. Акт предоставления прав № ИТ178496 от 14.10.2015 (бессрочно)

Statistica Basic 10 for Windows Ru License Number for PYATIGORSK MED PHARM INST OF VOLGOGRAD MED ST UNI (PO# 0152R, Contract № IE-QPA-14-XXXX) order# 310209743.
7.4. Перечень профессиональных базданных и информационных справочных систем
1. www.aup.ru/ - порталпоменеджменту, маркетингу и рекламе 2. ecsocman.edu.ru/ - библиотекаэкономическойлитературы 3. www.cefir.ru/projects.html - ЦЭФИР - центрэкономических и финансовыхисследований 4. www.gks.ru/ - ГоскомстатРоссии 5. www.beafnd.org/ - ФондБюроЭкономическогоАнализа 6. www.marketch.ru/index.php - сайтмаркетингдиректора 7. www.marketing.spb.ru/read.htm - энциклопедиямаркетинга 8. www.elibrary.ru – национальнаябиблиографическаябазаданныхнаучногоцитирования (профессиональнаябазаданных). 9. www.scopus.com – крупнейшая в миреединаяреферативнаябазаданных (профессиональнаябазаданных). 10. lib.volgmed.ru – информационныйпорталбиблиотекиВолгоградскогогосударственногомедицинского университета – подписныебазыданных. 11. http://thebiglibrary.ru/load/ehkonomika/28 - инвестиции, электронныекниги. 12. http://pruss.narod.ru/lybr.html - электронныебиблиотеки, журналы, правовыесистемы и словари. http://www.gsom.spbu.ru/library/ - высшаяшколаменеджмента.

ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра физики и математики

Авторы: В.Т. Казуб, Ю.А. Болгова

Методические материалы (указания, разработки, рекомендации) для студентов по дисциплине «Математика».

Направление подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата)

Пятигорск 2020

Занятие № 1

ТЕМА: Решение систем линейных уравнений

Цель: Закрепить понятие матрицы, единичной матрицы, суммы и произведения матриц.Нахождение обратной матрицы и ранга матрицы. Решение систем линейных уравнений

Перечень практических навыков:

- Нахождение единичной матрицы;
- Определение ранга матрицы с приведением ее к каноническому виду.
- Определения произведения матриц, умножения матрицы на число
- Применение методов при решении систем линейных алгебраических уравнений
- Проверка системы на совместность
- Применение свойств системы линейных уравнений
- Применение элементарных преобразованийпри решении систем линейных уравнений

Основные вопросы, предлагаемые для обсуждения:

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Понятие единичной матрицы
4. Минор матрицы
5. Алгебраическое дополнение
6. Метод Гаусса
7. Понятие система линейных уравнений
8. Совместность, однородность системы
9. Свойства системы линейных уравнений
10. Элементарные преобразования систем

Краткое содержание темы:

Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие № 2
ТЕМА: Производные сложной функции. производные высших порядков. Правило Лопиталя
Цель: Освоить понятия предела, производной. Правила дифференцирования**Перечень практических навыков:**

- Нахождение предела функции.
- Определение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
- Нахождение производной функции.
- Применение основныхправил дифференцирования.
- Раскрытие неопределённостей.
- Применение таблицы производных.
- Определение точек разрыва и непрерывной функции.
- Использование основных теорем для непрерывных функций.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Геометрический смысл производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Производная сложной функции.
4. Производная обратной функции.
5. Производная функции, заданной параметрическими уравнениями.
6. Производная функции, заданной неявно.
7. Производная степенно-показательной функции.

Краткое содержание темы:
Понятие сложной функции. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Свойства производной

Основные этапы работы на практическом занятии:
1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №3
ТЕМА: Исследование функций. План полного исследования функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке
Цель: Отработать практические навыки дифференцирования и нахождения производной

Перечень практических навыков:

- Определение промежутков возрастанияи убыванияфункций.
- Нахождение экстремума функции.
- Использование необходимого условия возрастания и убывания функции.
- Применение достаточногоусловия экстремума.
- Нахождение наибольшегои наименьшегозначения функции на отрезке.
- Определение выпуклости, вогнутости, точки перегиба.
- Нахождение точек разрыва.
- Использование плана исследования функций при построении графиков функций.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Необходимое и достаточное условие возрастания функции.
2. Точки разрыва функции.
3. Определение области определения функции.
4. Основные свойства функции.
5. Экстремум функции.
6. Точки максимума и минимума функции.
7. Возрастание и убывание функции.

Краткое содержание темы:
Приложение производной к исследованию функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума

Основные этапы работы на практическом занятии:
1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №4
ТЕМА: Основные методы интегрирования. Понятие определенного интеграла и его свойства. Методы вычисления определенного интеграла
Цель: Закрепить понятие первообразной, вычисления интегралов, площадей криволинейных фигур

Перечень практических навыков:

- Решение задачи о площади криволинейной трапеции.
- Решение задачи о массе тела.
- Вычисление определённого интеграла, используя формулу Ньютона-Лейбница.
- Применение основных свойств определённого интеграла.
- Рассмотрение интеграла как функции верхнего предела.
- Применение формулы Ньютона – Лейбница.
- Применение метода замены переменной в определённом интеграле.
- Использование метода интегрирования по частям при вычислении определённого интеграла.

Основные вопросы, выносимые на обсуждение семинара:

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Основные свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Интегрирование методом замены переменной (способ подстановки).
5. Интегрирование по частям.

Краткое содержание темы:
Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №5
ТЕМА: Случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины
Цель: Строить ряд распределения случайной величины,записывать распределение ДСВ, заданной содержательным образом, графически изображать распределение ДСВ
Перечень практических навыков:

- Построение дискретного ряда случайной величины
- Построение ряда непрерывных случайных величин
- Нахождение математического ожидания для дискретной случайной величины

- Нахождение дисперсии для дискретной случайной величины
- Нахождение математического ожидания для непрерывной случайной величины
- Нахождение дисперсии для непрерывной случайной величины
- Нахождение функции распределения случайные величины
- Определение плотности распределения вероятностей

Основные вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Случайные величины. Виды. Закон распределения
2. Основные характеристики дискретных случайных величин
3. Функция распределения. Основные свойства.
4. Функция распределения. График функции распределения
5. Плотность распределения вероятностей и ее свойства
6. Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики.
7. Нормальный закон распределения. Кривая распределения. Плотность вероятностей

Краткое содержание темы:
Дискретные, непрерывные случайные величины. Закон распределения. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Занятие №6
ТЕМА: Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды
Цель: Приближенные методы отыскания законов распределения и числовых характеристик по результатам эксперимента
Перечень практических навыков:

- Сбор и отбор данных из генеральной совокупности
- Определение выборки
- Построение полигона и гистограммы
- Построение статистического ряда распределения

- Построение вариационного ряда распределения
- Определение точечных оценок
- Нахождение интервальных оценок параметров распределения

Основные вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Основные задачи математической статистики. Виды и способы отбора.
2. Вариационные ряды и их характеристики.
3. Генеральные и выборочные средние.
4. Генеральная и выборочная дисперсии, формула для вычисления дисперсии.
5. Понятие об оценивании параметров распределения.
6. Интервальные оценки параметров распределения.
7. Оценка неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднем квадратичном отклонении.

Краткое содержание темы:
Генеральная совокупность, выборка. Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Точечные оценки параметров распределения

Основные этапы работы на практическом занятии:

1. Организация занятия
2. Проведение входного контроля
3. Анализ допущенных ошибок
4. Выполнение практической работы
5. Подведение итогов занятия и проверка итогового уровня знаний

Список литературы:

7.1. Рекомендуемая литература				
7.1.1. Основная литература				
№	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Малугин В.А.	Математический анализ для экономического бакалавриата: учеб. и практикум	М.: Юрайт, 2013	21

Л1.2	Кремер Н.Ш.	Линейная алгебра: учеб. и практ. для академич. бакалавриата	М.: Юрайт, 2014	20
Л1.3	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров	М.: Юрайт, 2014	20
	7.1.2 Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Павлушков И.В	Основы высшей математики и статистики: учеб.	ГЭОТАР-Медиа, 2008	311
7.1.3. Методические разработки				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во

7.2. Электронныеобразовательныересурсы		
1	Кундышева, Е.С. Математика / Е.С. Кундышева. – 4-е изд. – Москва :Издательско-торговаякорпорация «Дашков и К°», 2015. – 562 с. :табл., граф., схем., ил. – Режимдоступа:: http://biblioclub.ru	ЭБС «Университетская библиотека». Договор №551-11/19 «Об оказании информационных услуг» от 02.12.2019 г. Срок действия с 1 января по 31 декабря 2020 г.
2	Павлушков И.В., *Математика* [Электронныйресурс] : учебник / И. В. Павлушков, Л. В. Розовский, И. А. Наркевич. - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2013. - 320 с. - ISBN 978-5-9704-2696-8 - Режимдоступа: http://www.studmedlib.ru	ЭБС «Консультант студента». Контракт №73 ИКЗ 191344404847226324300100090026399000 от 12 ноября 2019 г. Срок действия с 1 января 2020 г. по 31 декабря 2020 г.
7.3. Программноеобеспечение		
12. MicrosoftOffice 365. Договор с ООО СТК «ВЕРШИНА» №27122016-1 от 27 декабря 2016 г. 13. Kaspersky Endpoint Security Russian Edition. 100149 Educational Renewal License 1FB6161121102233870682. 100 лицензий. 14. Office Standard 2016. 200 лицензий OPEN 96197565ZZE1712. 15. Microsoft Open License :66237142 OPEN 96197565ZZE1712. 2017 16. Microsoft Open License : 66432164 OPEN 96439360ZZE1802. 2018. 17. Microsoft Open License : 68169617 OPEN 98108543ZZE1903. 2019. 18. Операционныесистемы OEM, OS Windows XP; OS Windows 7; OS Windows 8; OS Windows 10. На каждом системном блоке и/или моноблоке и/или ноутбуке. Номер лицензии скопирован в ПЗУ аппаратного средства и/или содержится в наклеенном на устройство стикере с голографической защитой. 19. Система автоматизации управления учебным процессом ООО «Лаборатория ММИС» 20. Доступ к личному кабинету в системе «4Portfolio». Договор № В-21.03/2017 203 от 29 марта 2017		

21. Доступ к личному кабинету в системе «ЭИОС» 22. Система электронного тестирования VeralTestProfessional 2.7. Акт предоставления прав № ИТ178496 от 14.10.2015 (бессрочно) Statistica Basic 10 for Windows Ru License Number for PYATIGORSK MED PHARM INST OF VOLGOGRAD MED ST UNI (PO# 0152R, Contract № IE-QPA-14-XXXX) order# 310209743.
7.4. Перечень профессиональных базданных и информационных справочных систем
13. www.aup.ru/ - порталпоменеджменту, маркетингу и рекламе 14. ecsocman.edu.ru/ - библиотекаэкономическойлитературы 15. www.cefir.ru/projects.html - ЦЭФИР - центрэкономических и финансовыхисследований 16. www.gks.ru/ - ГоскомстатРоссии 17. www.beafnd.org/ - ФондБюроЭкономическогоАнализа 18. www.marketch.ru/index.php - сайтмаркетингдиректора 19. www.marketing.spb.ru/read.htm - энциклопедиямаркетинга 20. www.elibrary.ru – национальнаябиблиографическаябазаданныхнаучногоцитирования (профессиональнаябазаданных). 21. www.scopus.com – крупнейшая в миреединаяреферативнаябазаданных (профессиональнаябазаданных). 22. lib.volgmed.ru – информационныйпорталбиблиотекиВолгоградскогогосударственногомедицинского университета – подписныебазыданных. 23. http://thebiglibrary.ru/load/ehkonomika/28 - инвестиции, электронныекниги. 24. http://pruss.narod.ru/lybr.html - электронныебиблиотеки, журналы, правовыесистемы и словари. http://www.gsom.spbu.ru/library/ - высшаяшколаменеджмента.

ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра физики и математики

Авторы: В.Т. Казуб, Ю.А. Болгова

Методические материалы (указания, разработки, рекомендации) для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика».

Направление подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата)

Пятигорск 2020

Раздел №1 «Линейная алгебра»

Тема 1: Определители второго и третьего порядка и их вычисление

Вопросы выносимые на обсуждение:

1. Понятие матрицы, виды, операции над матрицами
2. Определение определителей, основные свойства, правила вычисления
3. Определение минора и алгебраического дополнения
4. Метод треугольников и метод разложения по элементам строки или столбца определителя.

Вопросы для самопроверки::

1. Находить произведение матриц,
2. Определять ранг матрицы с приведением ее к каноническому виду.
3. Применять правила при вычислении определителей второго и третьего порядков

Фонд тестовых заданий по теме № 1:

1. Как изменится определитель при транспонировании матрицы?

1. определитель не изменится;
2. знак определителя поменяется на противоположный;
3. значение определителя удвоится;
4. определитель примет значение, обратное исходному.

2. Определитель – это ....

1. матрица
2. число
3. вектор
4. прямоугольная таблица чисел
5. неопределяемое понятие

3. Чему равен ранг матрицы **A**:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

1. 1
2. 2
3. -4
4. 0
5. 10

4. Матрица – это .....

1. определитель
2. диагональная таблица чисел

3. отличный от нуля минор
4. неопределяемое понятие
5. прямоугольная таблица чисел

5.Чему равен минор $\mathbf{M}_{12}$ матрицы **A**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

1. 2
2. 4
3. 36
4. 0
5. 24

6.Чему равно алгебраическое дополнение $\mathbf{A}_{32}$ матрицы **A**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. решения нет
2. 7
3. 0
4. -7
5. 1

7. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Δ =
1. 3
2. 10
3. 0,2
4. решения нет
5. 0

8. Чему равен элемент $\boldsymbol{a_{12}}$ матрицы ***A:***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

1. 4
2. 0
3. 1
4. -8

9. Порядок определителя – это...

1. последовательность
2. диапазон значений его элементов
3. значение
4. число его строк и столбцов
5. сумма индексов первого элемента первой строки

10. Порядок может быть только у матрицы, следующего вида:
1. у любой
2. у матрицы-строки
3. у квадратной
4. у матрицы-столбца
5. у прямоугольной

Тема 2. Решение систем линейных уравнений
Вопросы выносимые на обсуждение:

1. Правила нахождения решения систем линейных алгебраических уравнений
2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений
3. Понятие системы линейных уравнений
4. Находить Совместность системы
5. Метод Крамера
6. Метод обратной матрицы и метод Гаусса

Вопросы для самопроверки:

1. Решите системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ x + 3y - 5z = -6, \\ x + 4y - 7z = -9. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 8y + 7z = 2 \\ -5x + 5z = -5 \\ -2x + 2y - 3z = 1{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + z = -1, \\ 5x + 2y + 3z = 3, \\ 7x + 3y + 5z = 6. \end{cases}$$

2.Найти обратную матрицу

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Найти прямоугольные координаты точки *A*, полярные координаты которой (2, π/4).
2. Найти расстояние между точками А(-1, 3, 3) и В(6, 2, -2).
3. Найти координаты точки С середины отрезка АВ заданного точками А(-1, 3, 1) и В(6, 5, -3).
4. Выполнить указанные операции с векторами:
5. *а)* (1; 2; 1) + (–1; –1; –2)

   б) (1; 1; –3; 2) + (–1; –1; –3; –2)

6. Векторы ***a*** и ***b*** образуют угол π/6, |***a***| = 2 и |***b***| = 5. Найти (***a***, ***b***).
7. Векторы ***a*** и ***b*** образуют угол π/6, |***a***| = 2 и |***b***| = 1.

   Найти (2***a*** – 3***b***, 4***a*** + 2***b***).
8. Векторы ***a*** и ***b*** образуют угол π/4, |***a***| = 4 и |***b***| = 3.

   Найти (2***a*** – 3***b***, ***a*** + 2***b***).

Вопросы:

1. Понятие декартовой системы координат
2. Полярные координаты.
3. Нахождение координат вектора.
4. Векторы, операции с векторами.
5. Расстояние между двумя точками.
6. Координаты середины отрезка.
7. Условия коллинеарности и ортогональности векторов

Фонд тестовых заданий по теме №2

1. Чему равен минор $\mathbf{M_{11}}$матрицы **А**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

1. 45
2. 25
3. -45
4. 0
5. -4

2. Чему равно алгебраическое дополнение $\mathbf{A_{31}}$матрицы **А**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 8 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

1. 0
2. -5

3. -20
4. решения нет
5. 20

3. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Δ =
1. 5
2. 15
3. 20
4. решения нет
5. 0

4.Чему равен элемент $\boldsymbol{a_{12}}$матрицы ***A:***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 6 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

1. 9
2. 0
3. 7
4. -8
5. такого элемента не существует

Тема 3. Различные виды уравнения прямой на плоскости
Вопросы выносимые на обсуждение:

1. Линия на плоскости.
2. Уравнение прямой в отрезках.
3. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
4. Уравнение прямой, параллельной другой.
5. Уравнение прямой, перпендикулярной другой.
6. Принадлежность точки прямой.

Вопросы для самопроверки:
1. Понятие уравнение линии на плоскости
2. Понятие прямой, проходящей через одну точку.
3. Понятие прямой, проходящей через две точки.
4. Уравнение прямой, параллельной данной.

5. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.
6. Угловой коэффициент прямой.

Решение задач

1**.** Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(–1; 2) и В(3, 4). Применяя записанную выше формулу, получаем:

$$y-2=\frac{4-2}{3+1}(x+1);$$

$$y-2=\frac{1}{2}(x+1);$$

$$x-2y+5=0.$$

2. Дано общее уравнение прямой 3x – 4y – 12 = 0. Требуется написать различные типы уравнений этой прямой.

уравнение этой прямой в отрезках:

$$\frac{3x}{12}-\frac{4y}{12}=1;$$

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1;$$

уравнение этой прямой с угловым коэффициентом: (делим на 4)

$$y=\frac{3}{4}x-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}x-3;$$

нормальное уравнение прямой:

$\mu=\frac{1}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{1}{5};$ $\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y-\frac{12}{5}=0;$ cosφ = 3/5; sinφ = -4/5; p = 12/5.

Задания для самостоятельной работы:

1. Даны точки *A*= (1;2), *B* = (3;0), *C* = (6;2). Найти уравнение прямой, проходящей через точку *A* и параллельной вектору $\overline{BC}$.

2. Даны точки *A*= (3;1), *B* = (1;-1), *C* = (0;2). Найти уравнение прямой, проходящей через точку *A* и параллельной вектору $\overline{BC}$.

3. При каком значении параметра *t* прямые, уравнения которых *3tx-8y+1 = 0 и (1+t)x-2ty = 0,* параллельны?

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точки *A*= (1;2) и *B* = (3;8).

5. Найти уравнение прямой, проходящей через точки $A = (1;2)$ и $B = (3;4)$.

6. Найти уравнение прямой, проходящей через точки $A = (-1;0)$ и $B = (-1;3)$.

Фонд тестовых заданий по теме № 3:

1. Вектором называется:
А) направленный луч;
Б) направленный отрезок;
В) направленный промежуток.

2. Два вектора называются коллинеарными, если:
А) они лежат на перпендикулярных прямых;
Б) они лежат не на одной прямой;
В) они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

3. Два ненулевых вектора могут быть:
А) сонаправленными или противоположно направленными;
Б) симметричными и противоположно направленными;
В) соразмерными и противоположно направленными.

4. Два вектора называются равными, если:
А) они совмещаются поворотом;
Б) они совмещаются с помощью симметрии;
В) они совмещаются параллельным переносом.

5. Сложение ненулевых векторов можно выполнить по правилу:
А) треугольника, параллелограмма, многоугольника;
Б) треугольника, прямоугольника, многоугольника;
В) треугольника, трапеции, многоугольника.

6. Вектор называется единичным, если:
А) его направление совпадает с направлением оси;
Б) имеет длину и совпадает с направлением оси;
В) имеет длину, равную единице, и направление, совпадающее с направлением оси.

7. Углом между двумя ненулевыми векторами называется угол
А) между осями;
Б) между направлениями этих векторов и имеет градусную меру больше 0, но меньше 180 градусов;
В) между направлениями этих векторов и имеет градусную меру больше 90, но меньше 180 градусов.

8. Углом между ненулевым вектором и осью называется угол
А) между осями;
Б) между направлением оси и вектора и имеет градусную меру больше 90, но меньше 180 градусов;
В) между направлением оси и вектора и имеет градусную меру больше 0, но меньше 180 градусов.
9. Прямоугольным базисом называется:
А) пара единичных взаимно перпендикулярных векторов i и j;
Б) пара единичных векторов i и j, отложенных от некоторого начала – точки O;
В) пара единичных взаимно перпендикулярных векторов i и j, отложенных от некоторого начала – точки O.
10. Скалярным произведением двух ненулевых векторов называется:
А) вектор, равный произведению длин этих векторов на косинус угла между ними;
Б) число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними;
В) число, равное сумме длин этих векторов на косинус угла между ними.
11. Скалярное произведение в координатах равно:
А) сумме соответствующих координат векторов;
Б) разности соответствующих координат векторов;
В) произведению соответствующих координат векторов.

Тема 4. Линии второго порядка

Вопросы, выносимые на обсуждение

1. Уравнение второй степени или второго порядка.
2. Каноническое уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
3. Координаты центра окружности.
4. Каноническое уравнение эллипса.
5. Находить фокусы директрису и эксцентриситет эллипса, гиперболы и параболы.
6. Действительная и мнимая оси эллипса.
7. Свойство директрисы и свойства эллипса, гиперболы и параболы

Вопросы для самопроверки:

1. Уравнение второй степени или второго порядка.
2. Каноническое уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы.
3. Координаты центра окружности.
4. Каноническое уравнение эллипса.
5. Фокусы, директриса и эксцентриситет эллипса, гиперболы и параболы.
6. Действительную и мнимую оси эллипса.
7. Знать свойство директрисы и свойства эллипса

Решение задач

1. Уравнение $x^2 + y^2 – 4x + 6y – 12 = 0$ привести к каноническому виду и найти центр.

2. Уравнение $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$ привести к каноническому виду и найти центр.

3. Уравнение $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 7 = 0$ привести к каноническому виду и найти центр.

4. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная, что:
   1. парабола расположена в правой полуплоскости, симметрично относительно оси Ох и ее параметр р=3;
   2. парабола расположена в левой полуплоскости симметрично относительно оси Ох и ее параметр р=0,5.
   3. парабола расположена в верхней полуплоскости симметрично относительно оси Оу и ее параметр р=1/4.

Фонд тестовых заданий по теме № 4:

1. Дано уравнение плоскости а: x-3y+5=0. Укажите вектор нормали для нее

1) (1; 0; -3) 2) (1; -3; 5) 3) (1; -3; 0) 4) (1; 3; 0)

2. Дано уравнение плоскости а: 2x+y+z-2=0. Из перечисленных уравнений выберете то, которое определяет перпендикулярную к а плоскость:

1) -x+2y-2=0 2) -x+2z-2=0

3) -x+2y-2z=0 4) -x+2y+2z=0

3. Уравнение плоскости, проходящей через точку A(1; -1; 3)

перпендикулярно вектору (2; 1; -2), имеет вид:

1) 2x+y-2z+5=0 2) 2x+y-2z+7=0

3) 2x+y-2z+4=0 4) 2x+y+2z+4=0

4. Даны три точки: A(–1; 3; 4), B(-1; 5; 0) и C(2; 6; 1). Составить уравнение плоскости (ABC).

5. Найти расстояние от точки M_0(1; –6; –5) до плоскости (ABC)

6. При каких значениях m прямая*l*: и плоскость

2x+my +z –1 = 0 имеют единственную точку пересечения

7. Найти точку A – точку пересечения прямой *l*: с плоскостью: x+2y – 5z + 20 = 0.

8. Координата (а,в) точки A, принадлежащей плоскости α, равна…

1) 0 2) 5 3) –1 4) 1

9. Найти косинус острого угла между плоскостями a и b, где a: 4x-5y+3z-1=0, b: x-4y-z+9=0

1) 0,5 2) 0,6 3) 0,7 4) 0,8

10. Даны три точки: A(4; –2; 0), B(1; –1; –5) и C(–2; 1; –3). Составить уравнение плоскости (ABC).

11. Найти расстояние от точки M_0(–7; 0; –1) до плоскости (ABC)

12. При каком значении m прямая *l*: будет параллельна плоскости: 2x+y -z = 0?

13. Найти точку A – точку пересечения прямой *l*: с плоскостью: x-3y + 7z – 24 = 0.

Раздел №2 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ»

Тема 5. Определение производной. Основные правила дифференцирования

Вопросы, выносимые на обсуждение

1. Нахождение производной функции, ее механический смысл.
2. Основные правила и формулы дифференцирования.
3. Уравнение касательной и нормали.
4. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции
5. Дифференциал функции и его геометрический смысл и свойства.
6. Инвариантность формы дифференциала I порядка.
7. Дифференциалы высших порядков.

Вопросы для самопроверки:

1. Предел и непрерывность функции.
2. Производная функции, ее экономический, геометрический смысл.
3. Основные правила и формулы дифференцирования.
4. Уравнение касательной и нормали.
5. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
6. Случаи непрерывных функций: угловая точка графика.
7. Точка возврата и точка перегиба с вертикальной касательной.
8. Дифференциал функции и его геометрический смысл и свойства.
9. Инвариантность формы дифференциала I порядка.
10. Дифференциалы высших порядков.

Решение задач

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{x^2+3x-10}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\dfrac{2x}{x^2-3}}{2x+3}=\dfrac{4}{7}.$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\ln x-\sqrt{x+x^2}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(x\ln x-\sqrt{x+x^2}\right)\left(x\ln x+\sqrt{x+x^2}\right)}{\left(x\ln x+\sqrt{x+x^2}\right)}=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2\ln^2 x-x-x^2}{x\ln x+\sqrt{x+x^2}}=\infty.$

Найти производные функций

а) $y=3^{1-x^2}$; б) y = $\sqrt{tg^3 2x}$;

а) y = x tg(2 x+6) + ln sin x + e^{3x};

б) y = $\sqrt[3]{1-4x^2}$;

а) $y = (e^{5x} - 1)^6$; б) $y = \sqrt{tg^3 6x}$;   в) $y = 3^{x - \arcsin x}$.

а) $y = \sqrt{1 - \sin 5x}$; б) $y = \sqrt[3]{\sin^2 2x}$; в) $y = 2^{\cos \frac{1}{x}}$;

а) $y = (x^3 - 3x)\ln x$; б) $y = \ln \frac{x^2}{x+1}$;

а) $y = 2^{\frac{4}{\cos x}}$; б) $y = \sqrt[3]{1 - 4x^2}$;

3. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные функций:

1. $y=\cos(x^2 + 2x - 4)$.
2. $y=\sin e^x$.
3. $y=e^{tgx}$.
4. $y=\sin(x^3 - 3x + 5)$.
5. $y=\cos \ln x$.
6. $y=e^{\sin x}$.

Найти производную неявно заданной функции.

$$а)\ x^2 - \ln(x^2 - y^2) = 0;\ \ б)\ \frac{y}{x} + \cos\frac{x}{y} = 0;\ \ в)\ y^3 + e^{xy} = 0.$$

$$а)\ x^2 + y^2 + \ln(x^2 + y^2) = 0;\ \ б)\ \frac{x}{y} + \sin\frac{y}{x} = 0;\ \ в)\ xy + e^y = 0.$$

1) $y = (6x^3 - 7)^4$;

2) $y = \sqrt{3x^2 - 8x + 5}$;

3) $y = \sin(3x - \frac{\pi}{12})$;

4) $y = \cos^5 x$;

5) $y = \ln(7\sin x + 5x)$.

Фонд тестовых заданий по теме № 5:

1. Найдите производную функции $y_{(x)} = x^4 + 3x^3 + 4$.

1) $4x^3 + 9x^2 + 4$ 2) $4x^3 + 9x^2 + 4x$ 3) $4x^2 + 3x^2 + 4$ 4) $4x^3 + 9x^2$

2. Производная функции $F(x) = \cos(4x)$ равна:

1) $-4\sin(4x)$ 2) $4\cos(-4x)$ 3) $4x\sin(4x)$ 4) $4x\cos(-4x)$

3. Найдите значение производной функции
при x=1

1) 0,52) -13) -0,54) 1

4. Найдите производную функции y(x) = x4+ 3x3 + 4.

1) 4x3 + 9x2 + 52) 4x3 + 9x2 + 4x3) 4x2 + 3x2 4)4x3 + 9x2

5. Производная функции F(x) = cos5x равна:

1)-5sin 5x2) 5cos (- 5x)3) 5xsin 5x4) 5xcos(- 5x)

6. Найдите производную функции y=4 x^3+75 .

1) $12x^2$ 2) 12x 3) $4x^2$ 4) $12x^3$

7. Производная функции y(x) = x^3+ $2x^5$ -6 равна:

1) $3x^3 + 10x^4 + 6$2) x3 + 10x2 -6x3) x2 + 3x44) 3x3 + 10x4-6

8. Производная функции F(x) = sin(3x) равна:

1) 3cosx2) 3xsin3x3) cos3x4) xcos3x

9. Найдите производную функции y = x cosx .

1) cosx - sinx 2) cosx + sinx 3) -sinx 4) x − sinx

10. Найдите производную функции y = cos(5x-2).

1) -2sin (5x- 2) 2) -5sin (5x- 2) 3) 5sin (5x- 2) 4) sin (5x- 2)

Тема 6. Производные сложной функции. производные высших порядков. Правило Лопиталя

Вопросы выносимые на обсуждение

1. Геометрический смысл производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Производная сложной функции.
4. Производная обратной функции.
5. Производная функции, заданной параметрическими уравнениями.
6. Производная функции, заданной неявно.
7. Производная степенно-показательной функции
8. Правило Лопиталя.

Вопросы для самопроверки:

1. Точки разрыва.
2. Правила дифференцирования сложной функции.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Теорема Ферма и ее геометрический смысл.

Теорема Ролляи ее геометрический смысл.

Решение задач

1. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные и дифференциалы функций:

1. $y=\cos x\,(x^2+2x-4)$.   *4.* $y=\sin x+(x^3-3x+5)$.

2. $y=\sin x\;e^x$.   *5.* $y=\cos x\ln x$.

2. Составить уравнения касательных к графикам функций:

1. $y=x^2-3x+2$ в точке $(3;2)$.

2. $y=\sqrt{x}$ в точке $(4;2)$.

3. Найти производные функций

а) $y=3^{1-x^2}$; б) $y=\sqrt{tg^3 2x}$;

а) $y = x\,tg(2x+6) + \ln\sin x + e^{3x}$;

б) $y=\sqrt[3]{1-4x^2}$;

а) $y=(e^{5x}-1)^6$; б) $y=\sqrt{tg^3 6x}$; в) $y=3^{x-\arcsin x}$.

а) $y=\sqrt{1-\sin 5x}$; б) $y=\sqrt[3]{\sin^2 2x}$; в) $y=2^{\cos\frac{1}{x}}$;

а) $y=\left(x^3-3x\right)\ln x$; б) $y=\ln\dfrac{x^2}{x+1}$;

а) $y=2^{\frac{4}{\cos x}}$; б) $y=\sqrt[3]{1-4x^2}$;

4. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные функций:

1. $y=\cos(x^2+2x-4)$.   4. $y=\sin(x^3-3x+5)$.

2. $y=\sin e^x$.   5. $y=\cos\ln x$.

3. $y=e^{tgx.}$ 6. $y=e^{\sin x}$.

5. Атмосферное давление воздуха p на высоте h над уровнем моря определяется формулой $p=p_0e^{-kh}$, где p_0 – это давление на уровне моря, k – положительная постоянная. Найти градиент давления.

6. Вычислить дифференциал следующих функций:

1) $y=\cos(x^2+2x-4)$ 2) $y=\sin(x^3-3x+5)$

3) $y=\sin e^x$.   4) $y=\cos(\ln x)$

7. Растворение лекарственных веществ из таблеток подчиняется уравнению $C=C_0 \cdot e^{-kt}$, где C-количество лекарственного вещества в таблетке, оставшееся к времени растворения t, k-постоянная скорости растворения. Определить скорость растворения лекарственных веществ из таблеток.

8. Колебания камертона происходят по закону: $x= 0.2 \cdot A \cdot \sin 800\pi t$. Определить максимальные: скорость и ускорение конца ветви камертона.

Тема 7. Исследование функций. План полного исследования функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

Вопросы выносимые на обсуждение

1. Умение находить экстремумы функции.
2. Знать достаточные условия существования экстремума функции.
3. Уметь находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
4. Теорема Ферма и ее геометрический смысл.
5. Теорема Ролляи ее геометрический смысл.
6. Правило Лопиталя.

Вопросы для самопроверки:

1. Экстремумы функции.
2. Достаточные условия существования экстремума функции.
3. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
4. Теорема Ферма и ее геометрический смысл.
5. Теорема Ролля и ее геометрический смысл.

Решение задач

1. Зависимость между количеством *(x)* вещества, получаемого в некоторой химической реакции и временем *(t)* выражается уравнением $x = A*e^{-kt}$. Определите скорость реакции в момент времени $t=20$

2. Формулу комплекса потенциалов, возникающих при возбуждении сетчатки глаза светом (электроретинограмма), можно выразить уравнением:

$$u=r \cdot \sin(-3.05 \cdot 10^{-3} \cdot t^3+5.6 \cdot 10^{-2} \cdot t^2+1.59 \cdot 10^{-1} \cdot t),$$

где r - постоянная,t- время. Определить скорость изменения потенциала *(u)* в начальный момент времени $t=0$.

3. Исследовать функции на экстремум:

1) $y= x^2+x+12$, *2)* $y= 2x^3-6x^2-18x+73$, *3)* $y= x^3/3-2x^2+3x-1$

4. Размер популяции насекомых в момент t задается величиной $P(t)=10000+9000(1+t)^3$.Вычислите начальную популяцию $P(0)$ и скорость роста в момент $t=1$.

5. Найти максимумы и минимумы, промежутки возрастания и убывания функций:

1) $f(x)=x*\ln x$; *2)* $f(x)= x - \mathrm{arctg}\,2x$;

6. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела и других физиологических показателей. Степень реакции зависит от дозы лекарства. Предположим, что (x) обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции (y) описывается функцией $y=x^2(10-x)$.При каком значении x реакция максимальна?

7. При лечении некоторого заболевания одновременно назначается два препарата. Реакция организма на дозу x первого препарата и дозу y второго препарата описывается зависимостью $f(x,y)= x^2y^2(a-x)(b-y)$,где*a*и*b*-постоянные. Определить дозу y второго препарата? Определить дозу y второго препарата, которая вызовет максимальную реакцию при фиксированной дозе x первого препарата.

8. Реакция организма на дозу X лекарственного препарата спустя t часов после приема описывается зависимостью $f(x,y)= x^2(a-x)t^2e^{-t}$, где a-постоянная. При какой дозе X реакция организма окажется максимальной и когда она наступит?

9. Атмосферное давление воздуха p на высоте h над уровнем моря определяется формулой $p = p_0e^{-kh}$, где p_0 – это давление на уровне моря, k – положительная постоянная. Найти градиент давления.

10. Вычислить дифференциал следующих функций:

1) $y=\cos (x^2 +2x - 4)$ 2) $y=\sin (x^3 - 3x +5)$

3) $y=\sin e^x$. 4) $y=\cos (\ln x)$

11. Растворение лекарственных веществ из таблеток подчиняется уравнению $C=C_0\cdot e^{-kt}$, где C-количество лекарственного вещества в таблетке, оставшееся к времени растворения t, k-постоянная скорости растворения. Определить скорость растворения лекарственных веществ из таблеток.

12. Колебания камертона происходят по закону: $x= 0.2\cdot A\cdot\sin 800\pi t$. Определить максимальные: скорость и ускорение конца ветви камертона.

13. Найти максимумы и минимумы, промежутки возрастания и убывания функций:

1) $f(x)=x^3 - 3x^2 - 9x + 5$; 2) $f(x)=\frac{x^2-6x+13}{x-3}$;

14. Найти частные производные:

1) $z = e^{2x} \sin 3y$, 2) $z = y\, e^x + 1$, 3) $z = x/y$, 4) $z = \cos x/y$

РАЗДЕЛ 3. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 8. Основные понятия. Пределы и непрерывность функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных

Вопросы выносимые на обсуждение

1. Находить производные функции нескольких переменных.
2. Понятие частных производных.
3. Область определения функции нескольких переменных.
4. Знать частный и полный дифференциал функции нескольких переменных.
5. Уметь находить частный и полный дифференциал функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки:

1. Производные функции нескольких переменных.
2. Частные производные первого и второго порядков.
3. Частный дифференциал функции нескольких переменных.
4. Полный дифференциал.

Задания для практического занятия:

1. Найти частные производные функций:

1). $u = x^2 - 3xy - 4y^2 - x + 2y + 1$;

2). $z = e^{x^2+y^2}$.

Решение. 1) рассматривая y как постоянную величину, получим

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x - 3y - 1,$$

рассматривая *x* как постоянную величину, найдем: $\frac{\partial u}{\partial y} = -3x - 8y + 2$.

2) пусть y –*const*, получим $\frac{\partial z}{\partial x} = e^{x^2+y^2}(x^2+y^2)'_x = 2x \cdot e^{x^2+y^2}$,

пусть *x* – *const*, получим $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{x^2+y^2}(x^2+y^2)'_y = 2y \cdot e^{x^2+y^2}$.

2. Найти полный дифференциал функций:

1). $z = \frac{x+y}{x-y}$;

2). $u = x^{y^2 z}$.

Решение. 1) Найдем частные производные

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2y}{(x-y)^2};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-2x}{(x-y)^2}.$$

Следовательно, $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy = \frac{-2ydx - 2xdy}{(x-y)^2}$.

2) найдем частные производные по переменным *x, y* и*z*:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = y^2 z \cdot x^{y^2 z - 1},\ \frac{\partial u}{\partial y} = x^{y^2 z} \cdot \ln x \cdot 2yz,\ \frac{\partial u}{\partial z} = x^{y^2 z} \cdot \ln x \cdot y^2,$$

следовательно

$$du\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz = y^2 z \cdot x^{y^2 z - 1}dx + 2yz \cdot x^{y^2 z} \cdot \ln x dy + y^2 x^{y^2 z} \cdot \ln x dz.$$

1. Найти частные производные функций:

2. $z = x^2 + xy + 1$.
3. $z = -5x^2 + 2xy + y^2 - \ln x + y + 6$.
4. $z = 2^{3x^2 + 2y^3}$.
5. $z = \cos(x + y^2)$.

2. Найти все частные производные второго порядка функции:

1. $z = x^4 + 3x^3 y - y^3$.
2. $z = x^2 + y^2 + 2x + 1$.

3. Найти частные и полный дифференциал для следующих функций:

1. $z = ln(x^2 + y^2)$.
2. $z = x^y$.
3. $z = e^x \sin y$.
4. $u = e^{xyz}$.

Фонд тестовых заданий по теме № 7:

1. Для какой из следующих функций:

1) f(x) = cosx; 2) f(x) = 5+sinx; 3) f(x) = -cosx; 4) f(x) = -sinx; 5) f(x) = tgx-5

функция F(x) = 5-sinx будет являться первообразной?

A) **5);** B) **4);** C) **3);** D) **2);** E) **1).**

2. Какая из следующих функций:

1) $F(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$; 2) $F(x) = \sqrt{9-x^2} + 2$; 3) $6 + \sqrt{9-x^2}$; 4) $x\sqrt{9-x^2}$; 5) $F(x) = x(9 - x^2)$

является первообразной для функции

$f(x) = -\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$ при $x \in (-3; 3)$?

A) 3) и 5); **B)** 2) и 4); **C)** 3); **D)** 2); **E)** 2) и 3).

3. Найдите общий вид первообразных для функции f(x):

$f(x) = 3 - 4x^3$.

A) $F(x) = 3x-x^2+C$; **B)** $F(x) = 3x-x^5+C$; **C)** $F(x) = 3x-x^4+C$;

D) $F(x) = -12x^2+C$; **E)** $F(x) = 3x-12x^2+C$.

4. f(x) = 2x + sinx.

A) $F(x) = x^2-\cos x+C$; **B)** $F(x) = 2x^2-\cos x+C$; **C)** $F(x) = x^2+\cos x+C$;

D) $F(x) = 2-\cos x+C$; **E)** $F(x) = 2+\cos x+C$.

5. Для функции f(x) найдите первообразную F(x), принимающую заданное значение в указанной точке.

A)F(x) = tgx+2; **B)**F(x) = tgx+3; **C)**F(x) = -tgx+2; **D)**F(x) = ctgx+2; **E)** F(x) = tgx+4.

7. Для функции f найти первообразную, график которой проходит через данную точку М.

7. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, M(16; 9).

A) $F(x) = 2\sqrt{x} + 5$; **B)** $F(x) = 2\sqrt{x} + 1$; **C)** $F(x) = 2\sqrt{x} - 23$; **D)** $F(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 1$; **E)** $F(x) = -2\sqrt{x}$.

8. $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$, $M(\frac{\pi}{4}; -2)$.

A) F(x) = ctgx+1; **B)** F(x) = -ctgx-1; **C)** F(x) = -tgx-1; **D)** F(x) = ctgx+3; **E)** F(x) = ctgx-1.

9. Найти общий вид первообразных для функции f(x).

A) F(x) = -4tg(2x+1)-2x+C; **B)** F(x) = 2ctg(2x+1)-x+C; **C)** F(x) = -2tg2x+C;

D) F(x) = 2tg(2x+1)-x+C; **E)** F(x) = 4tg(2x+1)+x+C.

Тема 9. Экстремумы функций нескольких переменных

Вопросы выносимые на обсуждение
1. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.
2. Понятие локального экстремума.
3. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
4. Уметь находить критические точки.
5. Точки максимума и минимума функции нескольких переменных.

Вопросы для самопроверки:
1. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных.
2. Понятие локального экстремума.
3. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.
4. Критические точки.
5. Точки максимума и минимума функции нескольких переменных.

Решение задач

1. При лечении некоторого заболевания одновременно назначается два препарата. Реакция организма на дозу x первого препарата и дозу y второго препарата описывается зависимостью $f(x,y)= x^2y^2(a-x)(b-y)$,гдеaиb-постоянные. Определить дозу y второго препарата? Определить дозу y второго препарата, которая вызовет максимальную реакцию при фиксированной дозе x первого препарата.

1. Найти экстремумы функций:

1. $z = x^2 + xy + 1$.
2. $z = -5x^2 + 2xy + y^2 + y + 6$.
3. $z = x^4 + 3x^3y - y^3$.
4. $z = x^2 + y^2 + 2x + 1$.

2. Исследовать на экстремум функции:

1. $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2 - 1$
2. $z = 3x^2y - x^3 - y^4$
3. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
4. $z = 1/2xy + 3xy^2 - 15x - 12y$
5. $z = (x-2)^2 + 3y^2$
6. $z = x^3 + 4xy - y^2 - 6x - 2y$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 + 4xy - y^2 - 6x - 2y$$

в треугольнике, ограниченном осями координат и прямой $2x + 3y - 6 = 0$

Решение практических заданий

1. Значение функции двух переменных $z=2x-y+15$ в точке A(-2,1) равно
2. Значение функции двух переменных $z=3x-2y+16$ в точке A(1,2) равно
3. Предел функциидвух переменных$z=x^2+2y^2+6$ при равен
4. Предел функциидвух переменных$z=x^2-y^2+5$ при равен

5. Найдите критические точки функции $f(x) = 2x^4 - 4x^2$.
6. Вычислите $\left(\frac{ax^n}{b}\right)'$.
7. Найдите точку min функции $y = x^3 - 3x$.
8. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^2 + 2x - 1$ на отрезке[-2; 1].
9. Составьте уравнение касательной к графику функции y = в точке x_0 = 4.
10. Найдите наибольшую точку экстремума функции $y = 2x^4 - 4x^2$.

РАЗДЕЛ 4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Тема 10. Неопределенный интеграл. Определения и свойства.Таблица интегралов.

Вопросы выносимые на обсуждение:

1. Понятие первообразной.
2. Свойства первообразной.
3. Правила интегрирования.
4. Таблица интегралов.
5. Понятие неопределенного интеграла.

Вопросы для самопроверки:

1. Первообразная, основные свойства.
2. Применение первообразной в экономике.
3. Неопределенный интеграл, основные свойства.
4. Таблица основных интегралов.
5. Правила интегрирования.

Решение задач:

1. Вычислить интегралы:

$$\int \sqrt{x}dx; \int \sqrt{x}dx; \int \frac{dx}{x^2};$$

$$\int (\sin x - 5)dx; \int \sin(2x+1)dx; \int (e^x + 2x)dx;$$

2. Вычислить интегралы:

$\int\left(\frac{4}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right)dx;$ $\int\left(3x^{-4}+8x^{-5}\right)dx;$ $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}};$

$\int ctgxdx;$ $\int\frac{5dx}{\cos^2 x};$ $\int 3e^{7x-1}dx;$

3. Вычислить интегралы:

$\int 3\left(2x^2-1\right)^2dx;$ $\int 5x\sqrt{x}dx;$ $\int\left(4x^{3/2}-7x^{3/4}\right)dx;$

$\int\frac{5dx}{\cos^2 x};$ $\int\frac{x^2dx}{\sqrt{2-x}}$, $\int\frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$

3. Скорость движения кисти руки задана уравнением $\upsilon=1/2\ t^2+3$. Найти уравнение движение кисти, если за первые *6с* было пройдено *40см*.

4. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

$y=4-x^2, y=0,$ $y=2/x, y=0, x=1, x=4,$ $y=x^2, y=2-x^2$

5. Найти путь S, пройденный материальной точкой от начала движения (t=0) до её остановки, зная скорость V(t) её прямолинейного движения: V(t)= 18t - 6t2 (м/с).

6. Найти работу, произведённую при сжатии пружины на 3 см, если известно, что сжатия её 0,5 см нужно приложить силу в 10 Н.

7. При прохождении электрического тока по нервному волокну оно возбуждает при условии, что проходящий ток больше рогового. Предполагается, что возбуждающий ток увеличивает величину параметра состояния *е*, называемого «электрическим возбуждением». Как только е превышает определенное значение e_0, возникает возбуждение. Скорость изменения *е* зависит от тока *i*:

8. Найти энергию связи между ионами в отдельной молекуле хлорида калия (KCl), если постоянная решетки $KClr=2,79^{A}$ (А $=10^{-8}$см) и связь между атомами в молекуле *KCl* электростатическая. Заряд иона $e=4,803*10^{-10}$ ед. CGSE.

Практические задания

1. Найдите функцию *f(x)*, для которой $F(x) = \sqrt{3x+1}$ первообразной на $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

2. Найдите первообразную F для функции $f(x)=x^4$ на $(-\infty; +\infty)$, график которой проходит через точку M(-1;0,8)

3. Найдите общий вид первообразной для $f(x) = 2x^2 + \frac{3}{x^4} + \sqrt{x} + 2$на $(0; \infty)$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}, x = 1, x = 4, y = 0$.

Теме 11. Основные методы интегрирования. Понятие определенного интеграла и его свойства. Методы вычисления определенного интеграла

Вопросы выносимые на обсуждение:

1. Правила нахождения первообразной. Умение находить первообразную.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Правила и методы интегрирования.
4. Метод интегрирования по частям.
5. Знать метод замены переменной.

Вопросы для самопроверки:

1. Первообразная, основные свойства.
2. Неопределенный интеграл, основные свойства.
3. Таблица основных интегралов.
4. Основные методы интегрирования. Метод замены переменной.
5. Основные методы интегрирования: метод интегрирования по частям.

Решение задач:

Вычислить:

1. а) $\int\left(4x^3 - \frac{5}{x^6} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx;$; б) $\int\left(3x^2 - \frac{5}{x^5} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}\right)dx$;

2. $a)\int\left(x^6 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 10\right)dx;$

3. $a)\int\left(x^3-\frac{2x}{\sqrt[3]{x^2}}+1\right)dx;$

4. а) $\int\left(7x^6-\frac{3}{x^4}+3\sqrt{x}\right)dx$

5. а) $\int\left(6x^5-\frac{1}{x^2}-8\sqrt[5]{x^3}\right)dx$

6. а) $\int\left(5x^4-\frac{4}{x^5}+\frac{9}{\sqrt[4]{x}}\right)dx$

7. а) $\int\left(4x^3-\frac{2}{x^3}-\frac{5}{\sqrt[7]{x^2}}\right)dx.$

8. а) $\int\left(3x^2-\frac{5}{x^5}-\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}\right)dx$

Вычислить:

1. $\int 4(2x-1)^2dx$
2. $\int x(1-x)^2dx$
3. $\int \sqrt{x}\,dx.$
1. $\int \sqrt[3]{x^2}dx$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$
3. $\int \frac{xdx}{2\sqrt{x}}$
4. $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{4x}dx$
5. $\int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}}dx$

Фонд тестовых заданий по теме № 11:

1.Что называется интегрированием:
1. операция нахождения интеграла;
2. преобразование выражения с интегралами;
3. операция нахождения производной;
4. предел приращения функции к приращению её аргумента

2.Что является сегментом интегрирования?
1. круговая область, где интеграл существует;
2. промежуток, на котором необходимо проинтегрировать функцию;
3. корни существования подынтегральной функции;
4. подынтегральная функция

3.До применения формулы Ньютона - Лейбница применяли данный метод, в данный момент он не используется, но является основным:

1.метод сведения к табличным интегралам;

2.метод определения интеграла, т.е. переход к пределу интегральных сумм;

3.метод геометрических преобразований;

4.метод Дирихле.

4.С помощью, какой формулы, в основном, решаются задания по нахождению определенного интеграла:

1. формулы Римана;
2. формулы Коши;
3. используя формулы преобразования интеграла
4. формулы Ньютона - Лейбница.

5.Чему равен неопределенный интеграл от 0?

1. 0;
2. 1;
3. x;
4. const C.

6. Когда применяется метод интегрирования неопределенных интегралов по частям?

1. когда функция имеет квадратный корень;
2. не применяется данный метод нигде;
3. когда подынтегральное выражение содержит множители функций ln(x); arccos(x); arcsin (x);
4. функция гиперболическая.

7. С помощью какой универсальной подстановкой рационализируется тригонометрическая функция:

1. t=tg(x/2);
2. t=sin(2x);
3. t=tg(x);
4. t=cos(x+2).

8. Чему равен неопределенный интеграл от 1?

1. x+C;
2. 0;
3. 1+C;
4. const C.

9. Чему равен неопределенный интеграл sin(x) ?

1. -cos(x)+C;
2. cos(x)+C;
3. tg(x)+C;
4. arcsin(x)+C.

10. Для чего используют метод замены переменной (метод подстановки) интеграла?

1. свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной;
2. просто необходимо выполнить какие-нибудь преобразования;
3. для усложнения подынтегральной функции;
4. для того, чтобы потом найти производную

11. Определенный интеграл $\int_2^3 3x^2dx$ равен

а)19; б)18 ; в)35; г) 27

12. Множество всех первообразных функции y=5 x^4 имеет вид

а) x^5 ;б) $5x^5+C$; в) x^5+C ; г) $5x^3+C$

Тема 12. Приложения определенного интеграла

Перечень вопросов к занятию:

1. Геометрический приложение определенного интеграла.
2. Механический смысл определенного интеграла.
3. Нахождение площадей криволинейных фигур.
4. Нахождение площадей и объемов тел вращения.

Вопросы для самоконтроля:

1. Что называется интегральной суммой данной функции f(x)на данном отрезке [a;b]?
2. Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке?
3. В чем состоит свойство сохранения знака определенного интеграла?
4. В чем состоит свойство аддитивности определенного интеграла?
5. Разъясните смысл формулы Ньютона-Лейбница.
6. В чем состоит метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле?

Решение задач:

1. Вычислить площади фигур ограниченных линиями:

а) y= cosx и осью Ox, в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

б) $y=x^2$, $y=|x|$.

2. Вычислить работу, произведенную при сжатии пружины на 0,03 м, если известно, что для укорочения ее на 0,005 м нужно приложить силу в 10 Н .

3. Скорость движения тела $v=3t^2-2t$ *(м/с*). Какой путь пройдет тело за 5 с от начала движения?

4. Найти площадь тора, образующегося при вращении окружности $r=\sin\varphi$ вокруг оси ***Ox***.

5. Расстояние пружины *x* пропорционально приложенной силе $-F$ (закон Гука): $F=kx$. Вычислить работу силы *F* при растяжении пружины на 5 см (0,05м), если k=200 (Н/м).

6. За первые *13* дней химиотерапии масса злокачественного новообразования уменьшалась со скоростью $M(t) = -0.2t + 0.015t^2$ грамм в день. Какова масса опухоли на десятый день лечения, если начальная ее масса равнялась 180 грамм?

7. Скорость роста популяции насекомых $\upsilon= t+ t^2$(где t выражается в днях). При t=0 число особей в популяции равно 10 000. Определить численность популяции спустя: 1) 1 день; 2) 5 дней; 3) 10 дней

8. Вычислите площади фигур, ограниченных линиями:

$y=6x-x^2, y=0$, $y=x^3, y=8, x=0$, $y=x^2+4x, y=x+4$

9. 100 г. двуокиси углерода нагревается при постоянном объёме от 105° до 1000° С. Определить количество поглощаемой при этом теплоты, если теплоёмкость cv=A(B+Dt) Дж/моль*град, где A=4,19; B=6,5; D=0,00193.

10. Два электрических заряда $q_1=1$ *Кл* и $q_2=1,2$ *Кл* находятся в воздухе (e=1) на расстоянии $x_1= 0,2$ *м*. Какую работу надо затратить, чтобы сблизить заряды до расстояния $x_2=0,05$ *м*.

11. Скорость движения тела выражена формулой $v=(3t^2-2t)$ *м/с.* Какой путь пройдёт тело за 5 с от начала движения?

12. В цилиндре с подвижным поршнем заключен атмосферный воздух. Объём цилиндра равен 0,2 $м^3$. Поршнем воздух сжимается до объёма 0,06 $м^3$. Найти работу, произведенную силой давления воздуха, если температура воздуха поддерживается постоянной.

Фонд тестовых заданий по теме № 12:

1.Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная

$F^{/}(x)$, равная f(x), т.е. $F^{/}(x)=f(x)$ это…

а) формула Ньютона-Лейбница

б) дифференциал функции

в) первообразная для функции f

г) производная в точке

2. Множество первообразных для данной функции f(x) называется…

а) функцией

б) неопределенным интегралом

в) постоянным множителем

г) частной производной

3. Определенный интеграл вычисляют по формуле…

а) $\int\limits_{A}^{B} f(x)dx=F(a)-F(b)$

б) $\int\limits_{A}^{B} f(x)dx=F(b)-F(a)$

в) $\int\limits_{A}^{B} f(x)dx=F(a)+F(b)$

г) $\int\limits_{A}^{B} f(x)dx=F(a)$

4. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен…

а) единице

б) бесконечности

в) нулю

г) указанному пределу

5. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл…

а) остается прежним

б) меняет знак

в) увеличивается в два раза

г) равен нулю

6. Определенный интеграл используется при вычислении…

а) площадей плоских фигур

б) объемов тел вращения

в) пройденного пути

г) всех перечисленных элементов

7. Формула Ньютона-Лейбница

1. $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

2. $\int_a^b f(t)dt = F(a) - F(b)$

3. $\int_a^b f(t)dt = F(a) - F(b) + \tilde{n}$

4. $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) + \tilde{n}$

8. Вычисление пути, пройденного материальной точкой производится по формуле:

1. $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

2. $S = \int f(t)dt$

3. $S = \int_{t_2}^{t_1} f(t)dt$

4. $S = dt\int_{t_1}^{t_2} f(t)$

9. Если криволинейная трапеция, ограниченная линией $y = f(x) \geq 0$ и прямыми y=0, x=a, x=b, вращается вокруг оси x, то объем вращения вычисляется по формуле

1. $V = \pi\int_a^b y^2 dx$

2. $V = \pi\int_a^b x^2 dx$

3. $V = \pi\int_b^a y^2 dx$

4. $V = \pi\int_b^a x^2 dx$

10. Если $y = f(x)(f(x) \geq 0)$, то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми x=a и x=b и отрезком оси абсцисс $a \leq x \leq b$, вычисляется по формуле

1. $S = \int\limits_a^b f(x)dx$

2. $S = \int\limits_b^a f(x)dx$

3. $S = \int f(x)dx$

4. $S = f(x)\int\limits_a^b dx$

11. Укажите первообразную функции $f(x) = 3x^2 - \sin x$

1. $F(x) = x^3 - \cos x$

2. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \sin x$

3. $F(x) = x^2 + \cos x$

4. $F(x) = 2 - \cos x$

12.Определенный интеграл $\int\limits_1^2 4x^3dx$ равен

а) 36; б)17; в)16; г)15

13.Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями y=4 – x^2, y=0 определяется интегралом

а) $\int\limits_{-2}^{0}(4 - x^2)dx$; б) $\int\limits_{-2}^{2}(4 - x^2)dx$; в) $\int\limits_{0}^{4}(4 - x^2)dx$; г) $\int\limits_{0}^{2}(4 - x^2)dx$

РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Тема 13. Основные понятия теории вероятностей. Классическое и статистическое определение вероятности.

Перечень вопросов к занятию:

1. Понятия испытания и события.
2. Классификация событий.
3. Совместные и несовместные события.
4. Благоприятствующие события.
5. Классическая вероятность.
6. Свойства вероятности.

Вопросы для самоконтроля:

1. Зависимые, независимые события.
2. Умножение зависимых событий.
3. Совместные, несовместные события.
4. Теоремы сложения и умножения событий

Решение ситуационных задач:

1. Пусть $P(A)$ – вероятность летального исхода при некотором заболевании; она известна и равна 2%. Тогда какова вероятность благополучного исхода при этом заболевании.

2. Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8, второй – 0,9, третий – 0,8. Какова вероятность того, что он сдаст только первый экзамен?

3. В коробке 3 белых и 3 желтых таблетки. Из коробки дважды вынимают наудачу по одной таблетке, не возвращая их в коробку. Найти вероятность появления белой таблетки при втором испытании (событие В), если при первом испытании была извлечена жёлтая таблетка (событие А).

4. В одной коробке 6 стандартов аспирина и 3 стандарта парацетамола, в другой 2 стандарта аспирина и 4 стандарта парацетамола. Из каждой коробки вынули по стандарту. Найти вероятность того, что в обеих случаях - это парацетамол.

5. Районная больница получает пакеты с результатами обследования населения данного районного центра из населенных пунктов А, В и С. Вероятность получения пакета из населенного пункта А равна 0.7, из В – 0.2. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из населенного пункта С.

6. Вероятность изготовления на станке-автомате нестандартной детали равна 0,02. Какова вероятность того, что среди наудачу взятых шести деталей окажется более четырех стандартных?

7. В среднем в ОТК бракуется 10% изделий. На контроль отобрано 625 изделий. Какова вероятность того, что среди них не менее 550 и не более 575 стандартных изделий?

8. Счетчик Гейгера регистрирует попадание в него α-частицы с вероятностью p=0,9. Найти вероятность того, что он зарегистрировал m (m=0,1,2,...,10) частиц при условии, что в него попало n=10 частиц.

9. В семье шесть детей. Считая вероятность рождения мальчика и девочки равными 1/2, определить вероятность того, что среди этих детей два мальчика.

Фонд тестовых заданий по теме № 13:

1. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 8, 8. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 5 *2) 6* *3) 5,5* *4) 5,25*

2. Выборочная дисперсия вариационного ряда равна 3,5. Объем выборки равен 50. Исправленная выборочная дисперсия равна …

1) 3,43 *2) 3,57* *3) 0,07* *4) 3,5*

3. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид…

1) (10,5; 11,5) *2) (11; 11,5)* *3) (10,5; 10,9)* *4) (10,5; 11)*

4. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 6, 9, 12. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 8,25 *2) 8,5* *3) 8* *4) 7*

5. Дана выборка объема n. Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее $\bar{x}$ …

1) Не изменится
2) Увеличится в 25 раз
3) Уменьшится в 5 раз
4) Увеличится в 5 раз

6. Установите соответствие между числовыми характеристиками и формулами

A)	$\bar{x}$	1)	$\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$
B)	D_x	2)	$\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$
C)	σ_x	3)	$\overline{x^2} - \bar{x}^2$

7. Выборочное среднее вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ *2)* $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \overline{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x})^2 w_i$ *4)* $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}}$

8. Среднее линейное отклонение вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ *2)* $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \overline{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x})^2 w_i$ *4)* $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}}$

9. Выборочная дисперсия вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ *2)* $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \overline{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x})^2 w_i$ *4)* $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}}$

Тема14. Случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Перечень вопросов к занятию:

1. Дискретные случайные величины.
2. Закон распределения случайной величины.
3. Непрерывные случайные величины.
4. Ряд распределения.

Вопросы самопроверки:

1. Математическое ожидание.
2. Дисперсия.
3. Среднеквадратическое отклонение.
4. Определение отклонения случайной величины в пределах нормы.

Решение ситуационных задач:

1. В одной из групп 2/3 студентов занимаются на хорошо и отлично. Определить вероятность того, что из пяти наугад взятых студентов на хорошо и отлично учатся: а) два студента; б) не более двух студентов.
2. В некоторых условиях вероятность своевременного прибытия поезда на станцию равна 0,8. Какова вероятность того, что из четырех ожидаемых поездов своевременно прибудут: а) два поезда; б) не менее двух поездов?
3. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле в некоторых условиях равна 0,4. Найти вероятность того, что при пяти выстрелах: а) не будет ни одного попадания; б) будет не менее трех попаданий.
4. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из шести посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не более двух семян.
5. Вероятность выполнения плана каждым из пяти независимых между собой хозяйств равна 0,5. Найти вероятность того, что план выполнят: а) пять хозяйств; б) не менее трех хозяйств.
6. Дискретная случайная величина Х задана законом распределения:

X	1	3	6	8
P	0,2	0,1	0,4	0,3

Построить многоугольник распределения.

7. Случайная величина Х задана функцией распределения

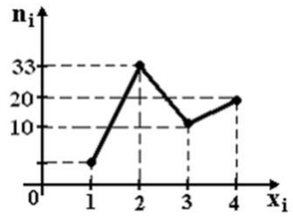
x	1	2	3	4
p(x)	0,2	0,3	P_3	0,1

Найти вероятность p_3. Построить функцию распределения. Найти числовые характеристики СВ.

Фонд тестовых задания по теме 14:

1. Совокупность наблюдений, отобранных случайным образом из генеральной совокупности, называется
   1) *Репрезентативной*
   2) *Вариантой*
   3) *Выборкой*
   4) *Частотой*
   5) *Сплошным обследованием*
   6) *Частостью*

2. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 70$, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант $x_i = 1$ в выборке равно …

1) 8 *2) 7* *3) 70* *4) 6*

3. Объем выборки 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 6 равен …

4. Мода вариационного ряда, полученного по выборке 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 6 равна …
5. Размах вариационного ряда, полученного по выборке 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 6 равен …
6. Для выборки 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4 установите соответствие между вариантой и ее весом

A) 2 *1) Частота равна 2*

B) 3 *2) Частость равна 0,1*

C) 4 *3) Накопленная частота равна 5*

4) Накопленная частость равна 0,8

7. Объем выборки $n = 50$, частота варианты $n_2 = 5$, частость этойже варианты равна …
8. Дан вариационный ряд

варианта	1	5	7	9
частота	4	7	3	1

Накопленная частость варианты $x_3 = 7$ равна …

9. Дан вариационный ряд

варианта	1	5	7	9
частота	5	7	10	3

Медиана этого ряда равна …

10. Значение величины $\overline{x-\bar{x}}$ равно …
11. Укажите абсолютные показатели вариации для вариационного ряда

1) *Выборочное среднее*	2) *Среднее линейное отклонение*
3) *Размах*	4) *Коэффициент вариации*
5) *Выборочная дисперсия*	6) *Медиана*

12. Укажите относительные показатели вариации для вариационного ряда

1) *Выборочное среднее*	2) *Среднее линейное отклонение*
3) *Размах*	4) *Коэффициент вариации*
5) *Выборочная дисперсия*	6) *Медиана*
7) *Относительное линейное отклонение*	8) *Исправленная выборочная дисперсия*

13. Математическое ожидание оценки $\bar{\theta}_n$ параметра θ равнооцениваемому параметру. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) *Смещенной*	2) *Состоятельной*
3) *Несмещенной*	4) *Эффективной*

14. Оценка $\bar{\theta}_n$ параметра θ сходится по вероятности к оцениваемому параметру. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) *Смещенной*	2) *Состоятельной*
3) *Несмещенной*	4) *Эффективной*

15. Оценка $\bar{\theta}_n$ параметра θ имеет наименьшую дисперсию из всех несмещенных оценок параметра θ, вычисленных по выборкам одного объема n. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) *Смещенной*	2) *Состоятельной*
3) *Несмещенной*	4) *Эффективной*

Тема 15. Непрерывные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Нормальный закон распределения/

Перечень вопросов к занятию:

1. Математическое ожидание.
2. Дисперсия.
3. Среднеквадратическое отклонение.
4. Закон распределения непрерывной величины
5. Функция распредения НСВ
6. Плотность распределения вероятностей НСВ

Вопросы для самопроверки:

1. График Функции распределения.
2. Плотность распределения вероятностей.
3. Свойства плотности распределения.
4. Свойства функции распределения.

Задачи для самопроверки

1. Школьники посадили на школьном участке *600*деревьев. Вероятность того, что каждое дерево приживется, равна 0,4. Найти вероятность того, что приживется *210* деревьев.

2. Птицеферма отправила на базу *5000* штук яиц. Вероятность того, что каждое яйцо повредится в пути, равна *0,0002*. Найти вероятность того, что на базу прибудут 3 непригодных яиц.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	–5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

На опытной станции посажено *600* семян кукурузы. Всхожесть семян равна *0,6*. Найти вероятность того, что из посеянных семян число взошедших от 280 до 320 .

4. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

X	–5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

5. При врачебном обследовании 500 человек у 5 из них обнаружили опухоль в легких (о.л.). Определите относительную частоту и вероятность этого заболевания.

6. Случайные величины X и Y подчиняются законам распределения

x	1	3	4	y	0	1	2
p(x)	0,2	0,5	0,3	p(y)	0,5	0,4	0,1

Построить ряд распределения случайной величины X+Y.

Построить ряд распределения случайной величины X-Y.

Фонд тестовых заданий по теме № 15

1. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 8, 8. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 5 *2) 6* *3) 5,5* *4) 5,25*

2. Выборочная дисперсия вариационного ряда равна 3,5. Объем выборки равен 50. Исправленная выборочная дисперсия равна …

1) 3,43 *2) 3,57* *3) 0,07* *4) 3,5*

3. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид…

1) (10,5; 11,5) *2) (11; 11,5)* *3) (10,5; 10,9)* *4) (10,5; 11)*

4. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 6, 9, 12. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 8,25 *2) 8,5* *3) 8* *4) 7*

5. Дана выборка объема *n*. Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее $\bar{x}$ …

1) Не изменится *2) Увеличится в 25 раз*

3) Уменьшится в 5 раз *4) Увеличится в 5 раз*

6. Установите соответствие между числовыми характеристиками и формулами

A) $\bar{x}$ 1) $\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$

B) D_x 2) $\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$

C) σ_x 3) $\overline{x^2} - \bar{x}^2$

7. Выборочное среднее вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ 2) $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \bar{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 w_i$ 4) $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)}}$

8. Среднее линейное отклонение вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ 2) $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \bar{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 w_i$ 4) $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)}}$

9. Выборочная дисперсия вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ 2) $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \bar{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 w_i$

4) $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}}$

РАЗДЕЛ 6. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 16. Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды

Перечень вопросов к занятию:

1. Математическая статистика.
2. Генеральная совокупность
3. Выборка.
4. Дискретные вариационные ряды .
5. Интервальные вариационные ряды.
6. Полигон и гистограмма.
7. Графики.

Вопросы для самопроверки:

1. Доверительный интервал.
2. Доверительная вероятность
3. Оценки математического ожидания.
4. Распределение Стьюдента.
5. Ошибка первого и второго рода.

Решение задач:

1. В выборке взрослых мужчин $n = 50$ определяли содержание гемоглобина в крови. У $n_1 = 30$ оно оказалось равным в среднем 70%. Для другой группы мужчин $n_2 = 20$ этот показатель составил 50%. Найти среднюю арифметическую из этих двух средних.

2. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению:

x_i	1	4	8
n_i	5	3	2

3. Построить гистограмму относительных частот и кумуляту по распределению выборки:

x_i	2	4	5	6
n_i	0,15	0,3	0,5	0,05

4. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, если совокупность задана таблицей распределения.

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

5. Исследуя продолжительность (в секундах) физической нагрузки до развития приступа стенокардии у 12 человек с ишемической болезнью сердца, получили следующие данные:

289;203;359;243;232;210;215;246;224;239;220;211.

Найдите среднюю, среднее квадратическое отклонение, медиану. Построить эмпирическую функцию распределения.

6. При уровне вероятности $\gamma = 0{,}95$ требуется установить доверительный интервал среднего значения содержания белка в зернах пшеницы. На основе 100 проб установлено, что выборочная средняя $\bar{x} = 16\%$ и $\sigma = 3{,}5$.

7. Рассчитайте средние затраты времени помощников эпидемиологов на оперативную работу в эпидемическом очаге.

Время, мин	50	70	90	110	130	150
Число обследованных очагов	8	17	40	20	10	5

Фонд тестовых заданий по теме № 16

1. Исправленное среднее квадратическое отклонение вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$

2) $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \bar{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 w_i$

4) $\sqrt{\dfrac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)}}$

2. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	5
частота	7	3	10

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

A) $\bar{x}$

B) D_x

1) *3,31*

2) *3,3*

3) *3*

4) *3,39*

3. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	4	2	3

Величина $\overline{x^2}$ равна …

4. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	5	2	3

Выборочная дисперсияравна …

1) *4* *2)* *1,8* *3)* *0,84* *4)* *0,76*

5. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	5	2	3

Исправленная выборочная дисперсия равна …

1) *4* *2)* *1,8* *3)* *0,84* *4)* *0,76*

6. Дана выборка 1, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4. Упорядочить по возрастанию числовые характеристики

A) *Выборочное среднее*
B) *Мода*
C) *Медиана*
D) *Размах*

7. Дан вариационный ряд

варианта	2	5	7	10
частота	16	12	8	14

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

A) $\bar{x}$ — *1)* *2*

B) *Mo* — *2)* *5,76*

C) *Me* — *3)* *6*

4) *7*

5) *10*

8. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	6
частота	10	8	12

Значение эмпирической функции распределения $F^*(x)$ в точке $x = 5$ равно

1) *0* *2)* *8* *3)* *0,6* *4)* *0,8*
5) *18* *6)* *30* *7)* *5* *8)* *12*

9. Для некоторого количественного признака известно, что $\bar{x} = 2{,}5$ и $\sigma = 1{,}5$. Коэффициент вариации количественного признака равен

1) *60%* *2)* *167%* *3)* *250%* *4)* *150%*
5) *10%* *6)* *2,5%* *7)* *1,5%*

10. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	166-170	170-174	174-178	178-182
частота	12	14	16	8

Установите соответствие

A) Интервал моды — 1) 166-170

B) Интервал медианы — 2) 170-174

C) 3) 174-178

11. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	1-3	3-5	5-7	7-9
частота	2	3	4	1

Выборочная средняя равна…

12. Любое предположение о виде или параметре неизвестного закона распределения называется

1) Статистическим критерием
2) Нулевой гипотезой
3) Статистической гипотезой
4) Альтернативной гипотезой

Тема 17. Доверительный интервал и доверительная вероятность

Перечень вопросов к занятию:

1. Доверительный интервал.
2. Погрешности измерений
3. Абсолютная и относительная погрешности
4. Доверительный интервал
5. Доверительная вероятность
6. Оценки математического ожидания.
7. Распределение Стьюдента.
8. Ошибка первого и второго рода.

Вопросы для самопроверки:

1. Ошибка первого и второго рода.
2. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности.
3. Уровень значимости.
4. Распределение Стьюдента.
5. Понятие коэффициента Стьюдента.
6. Гипотезы.

Решение задач:

1. Построить гистограмму относительных частот и кумуляту по распределению выборки:

x_i	*15*	*20*	*25*	*30*	*35*
n_i	*10*	*15*	*30*	*20*	*25*

2. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, если совокупность задана таблицей распределения. Построить эмпирическую функцию распределения.

x_i	2	4	5	6
n_i	8	9	10	3

3. Построить гистограмму относительных частот и функцию распределения по распределению выборки:

h_i	2 - 5	5 - 8	8 -11	11 - 14
n_i	6	10	4	5

4. При исследовании клинической оценки тяжести серповидно-клеточной анемии была получена выборка объема 33.

0;0;0;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;2;2;2;2;3;3;3;3;4;4;5;5;5;5;6;7;9;10;11.

Найдите среднюю, среднее квадратическое отклонение и медиану. Построить эмпирическую функцию распределения.

5. Время решения контрольной задачи студентами первого курса в секундах приведено в таблице

38	60	41	51	33	42	45	21	53	60
68	52	47	46	49	49	14	57	54	59
77	47	28	48	58	32	42	58	61	30
61	35	47	72	41	45	44	55	30	40
67	65	39	48	43	10	42	59	50	54

1. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=10 секунд и построить вариационный ряд и полигон частот.

2. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=7 секунд и построить полигон относительных частот.

3. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=14 секунд и построить функцию распределения.

4. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=5 секунд и построить гистограмму частот.

6. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны: генеральное среднее квадратическое отклонение =5, выборочная средняя =14, объем выборки = 25.

7. Измерение веса x_iдевочек в возрасте 10 лет дало следующие результаты:

Вес девочек, в кг.	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24	24-25	25-26	26-27	27-28	28-29	29-30	Всего
Число лиц	2	1	6	8	21	20	18	12	3	4	2	3	100

По данным результатам составить статистический ряд. Построить гистограмму относительных частот и кумуляту.Определить характеристики положения и разброса. Определить характеристики положения и разброса.

8. Определите среднее число консультаций, проведенных врачами-специалистами (на одного больного с инфарктом миокарда).

Число консультаций	0	5	10	15	20
Число больных	5	15	50	20	10

Фонд тестовых заданий по теме № 17

1. Дана выборка 1, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4. Упорядочить по возрастанию числовые характеристики

a) выборочное среднее
в) мода
c) медиана
d) размах

2. Дан вариационный ряд

варианта	2	5	7	10
частота	16	12	8	14

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

а) $\bar{x}$ — *1)* *2*

в) *mo* — *2)* *5,76*

с) *me* — *3)* *6*

3. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	6
частота	10	8	12

Значение эмпирической функции распределения $F^*(x)$ в точке $x = 5$ равно

1) 0
2) 8
3) 0,6
4) 0,8
5) 18
6) 30
7) 5
8) 12

4. Для некоторого количественного признака известно, что $\bar{x} = 2{,}5$ и $\sigma = 1{,}5$. Коэффициент вариации количественного признака равен

1) 60%
2) 167%
3) 250%
4) 150%
5) 10%
6) 2,5%
7) 1,5%

5. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	166-170	170-174	174-178	178-182
частота	12	14	16	8

Установите соответствие

а) интервал моды — 1) 166-170

в) интервал медианы — 2) 170-174

с) интервал частоты — 3) 174-178

6. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	1-3	3-5	5-7	7-9
частота	2	3	4	1

Выборочная средняя равна…

7. Любое предположение о виде или параметре неизвестного закона распределения называется

1) статистическим критерием
2) нулевой гипотезой
3) статистической гипотезой
4) альтернативной гипотезой

8. Правило, по которому нулевая гипотеза отвергается или принимается называется

1) статистическим критерием
2) нулевой гипотезой
3) статистической гипотезой
4) альтернативной гипотезой

9. Если основная гипотеза имеет вид $H_0 : a = 20$, то конкурирующей гипотезой может быть гипотеза …

1) $H_1 : a \le 30$ *2)* $H_1 : a \ne 20$ *3)* $H_1 : a \le 20$ *4)* $H_1 : a \ge 20$

10. Если основная гипотеза имеет вид $H_0 : a \le 20$, то конкурирующей гипотезой может быть гипотеза …

1) $H_1 : a < 20$ *2)* $H_1 : a \ne 20$ *3)* $H_1 : a > 20$ *4)* $H_1 : a = 20$

Тема 18. Корреляция. Линия регрессии

Перечень вопросов к занятию:

1. Статистическая зависимость
2. Корреляционная зависимость
3. Коэффициент корреляции
4. Свойства коэффициента корреляции.
5. Прямая корреляция
6. Обратная корреляция

Вопросы для самопроверки:

1. Понятие статистической зависимости.
2. Уравнения регрессии.
3. Получения коэффициента регрессии.
4. Понятие регрессионного анализа.
5. Уравнение регрессии МНК

Решение задач:

1. Найти выборочное уравнение прямой $y = r_b \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}) + \bar{y}$ регрессии Y на X по данным корреляционным таблицам.

У	X						n_y
	4	9	14	19	24	29	
10	2	3	–	–	–	–	5
20	–	7	3	–	–	–	10
30	–	–	2	50	2	–	54
40	–	–	1	10	6	–	17
50	–	–	–	4	7	3	14
n_x	2	10	6	64	15	3	$n = 100$

2. Определить форму и направление взаимосвязи между результатами кистевой динамометрии правой и левой рук у 7 школьников с помощью построения графика корреляционного поля, если данные выборок таковы:

x	14	14,2	14,9	15,4	16,0	17,2	18,1
y	12,1	13,8	14,2	13,0	14,6	15,9	17,4

3. Определить коэффициент корреляции по результатам веса и результатами прыжков в длину с места у 9 исследуемых с помощью расчета нормированного коэффициента корреляции, если данные выборок таковы:

x	66	80	73	74	85	79	68	71	70
y	203	185	199	197	183	205	207	190	200

4. Определить взаимосвязь между показателями пульса покоя и пульса восстановления 8 исследуемых с помощью расчета нормированного коэффициента корреляции, если данные выборок таковы:

66	80	73	74	85	79	68	71
70	85	78	78	90	84	66	72

5. Определить взаимосвязь между результатами времени прохождения дистанции и показателями абсолютных значений в пробе PWC170 у 10 юных яхтсменов с помощью регрессионного анализа
Результат на дистанции:

61,3	65,0	79,3	80,0	74,7	72,0	72,0	61,7
70	917	875	866	956	954	850	870

Фонд тестовых заданий по теме № 18

1. Укажите абсолютные показатели вариации для вариационного ряда

1) Выборочное среднее
2) Среднее линейное отклонение
3) Размах
4) Коэффициент вариации
5) Выборочная дисперсия
6) Медиана

2. Укажите относительные показатели вариации для вариационного ряда

1) Выборочное среднее
2) Среднее линейное отклонение
3) Размах
4) Коэффициент вариации
5) Выборочная дисперсия
6) Медиана
7) Относительное линейное отклонение
8) Исправленная выборочная дисперсия

3. Математическое ожидание оценки $\bar{\theta}_n$ параметра θ равно оцениваемому параметру. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) Смещенной
2) Состоятельной
3) Несмещенной
4) Эффективной

4. Оценка $\bar{\theta}_n$ параметра θ сходится по вероятности к оцениваемому параметру. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) Смещенной
2) Состоятельной
3) Несмещенной
4) Эффективной

5. Оценка $\bar{\theta}_n$ параметра θ имеет наименьшую дисперсию из всех несмещенных оценок параметра θ, вычисленных по выборкам одного объема *n*. Оценка $\bar{\theta}_n$ является

1) Смещенной
2) Состоятельной
3) Несмещенной
4) Эффективной

6. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 2, 3, 8, 8. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 5
2) 6
3) 5,5
4) 5,25

7. Выборочная дисперсия вариационного ряда равна 3,5. Объем выборки равен 50. Исправленная выборочная дисперсия равна …

1) 3,43
2) 3,57
3) 0,07
4) 3,5

8. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11. Тогда его интервальная оценка может иметь вид…

1) (10,5;
2) (11; 11,5)
3) (10,5; 10,9)
4) (10,5; 11)

11,5)

9. Произведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 6, 9, 12. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна …

1) 8,25 2) 8,5 3) 8 4) 7

10. Дана выборка объема *n*. Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее $\bar{x}$ …

1) Не изменится
2) Увеличится в 25 раз
3) Уменьшится в 5 раз
4) Увеличится в 5 раз

11. Установите соответствие между числовыми характеристиками и формулами

а) $\bar{x}$	*1)* $\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$
в) D_x	*2)* $\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$
с) σ_x	*3)* $\overline{x^2} - \bar{x}^2$

12. Выборочное среднее вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$
2) $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \bar{x}| w_i$
3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 w_i$
4) $\sqrt{\dfrac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \bar{x}^2\right)}}$

ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра физики и математики
Авторы: В.Т. Казуб, Ю.А. Болгова

Методическое обеспечение занятий лекционного типа по дисциплине «Математика».

направление подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата)

Пятигорск 2020

Лекция №1. Определение производной. Основные правила дифференцирования

Пусть функция y = f(x) определена в промежутке X. *Производной* функции y = f(x) в точке x_o называется предел

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Если этот предел *конечный,* то функция f(x) называется *дифференцируемой* в точке x_o; при этом она оказывается обязательно и непрерывной в этой точке.

Если же рассматриваемый предел равен ∞ (или - ∞), то при условии, что функция в точке x_o непрерывна, будем говорить, что функция f(x) имеет в точке x_o*бесконечную производную*.

Производная обозначается символами

y', $f'(x_o)$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x_0)}{dx}$.

Нахождение производной называется *дифференцированием* функции. *Геометрический смысл производной* состоит в том,что производная есть угловой коэффициент касательной к кривой y=f(x) в данной точке x_o; *физический смысл* - в том, что производная от пути по времени есть мгновенная скорость движущейся точки при прямолинейном движении s = s(t) в момент t_o.

Если *c* - постоянное число, и u = u(x), v = v(x) - некоторые дифференцируемые функции, то справедливы следующие правила дифференцирования:

1) (c)' = 0, (cu)' = cu';

2) (u+v)' = u'+v';

3) (uv)' = u'v+v'u;

4) (u/v)' = (u'v-v'u)/$v^{2;}$

5) если y = f(u), u = φ(x), т.е. y = f(φ(x)) - сложная функция, или *суперпозиция*, составленная из дифференцируемых функций φ *и f,* то $y'_x = y'_u \cdot u'_x$, или

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx};$$

6) если для функции $y = f(x)$ существует обратная дифференцируемая функция x = g(y), причем $\frac{dg}{dy} = x'_y \neq 0$, то $y'_x = \frac{1}{x'_y}$.

На основе определения производной и правил дифференцирования можно составить список табличных производных основных элементарных функций.

1. $(u^{\alpha})' = \alpha\, u^{\alpha-1}\, u'$ $(\alpha \in R)$.

2. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$.

3. $(e^u)' = e^u\, u'$.

4. $(\log_a u)' = u'/(u \ln a)$.

5. $(\ln u)' = u'/u$.

6. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$.

7. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$.

8. $(\mathrm{tg}\, u)' = 1/\cos^2 u \cdot u'$.

9. $(\mathrm{ctg}\, u)' = -u' / \sin^2 u$.

10. $(\arcsin u)' = u' / \sqrt{1-u^2}$.

11. $(\arccos u)' = -u' / \sqrt{1-u^2}$.

12. $(\mathrm{arctg}\, u)' = u'/(1 + u^2)$.

13. $(\mathrm{arcctg}\, u)' = -u'/(1 + u^2)$.

Вычислим производную степенно-показательного выражения $y=u^v$, $(u>0)$, где u и v суть функции от x, имеющие в данной точке производные u', v'.

Прологарифмировав равенство $y=u^v$, получим $\ln y = v \ln u$.Приравнивая производные по x от обеих частей полученного равенства с помощью правил 3, 5 и формулы для производной логарифмической функции, будем иметь:

y'/y = vu'/u +v' ln u, откуда y' = y (vu'/u +v' ln u).

Итак,

$(u^{v})'=u^{v}$ (vu'/u+v' ln u), u > 0.

Например, если $y = x^{\sin x}$, то $y' = x^{\sin x}$ (sin x/x + cos x□ ln x).

Если функция *y = f(x)* дифференцируема в точке *x*, т.е. имеет в этой точке конечную производную *y'*, то $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ = *y'*+□, где □□*0* при □*x*□ *0*; отсюда □ *y = y'* □*x* + □ *x*.

Главная часть приращения функции, линейная относительно □*x,* называется *дифференциаломфункции* и обозначается

dy: dy = y'* □*x.

Если положить в этой формуле *y=x,* то получим *dx = x'*□*x = 1*□ □*x =*□*x,* поэтому

dy=y'dx,

т. е. символ для обозначения производной $\frac{dy}{dx}$ можно рассматривать как дробь.

Точки максимума и минимума называются ***точками экстремума***, а значения функции в этих точках - ее экстремумами.

Необходимые условия экстремума. Если точка x_o является точкой экстремума функции f(x), то либо f□(x_o) = 0, либо f□(x_o) не существует. Такие точки называют критическими, причем сама функция в критической точке определена. Экстремумы функции следует искать среди ее критических точек.

Первое достаточное условие. Пусть x_o - критическая точка. Если f□ (x) при переходе через точку x_o меняет знак плюс на минус, то в точке x_o функция имеет максимум, в противном случае - минимум. Если при переходе через критическую точку производная не меняет знак, то в точке x_o экстремума нет.

Второе достаточное условие. Пусть функция f(x) имеет производную f□ (x) в окрестности точки x_oи вторую производную $f''(x_0)$ в самой точке x_o. Если f□(x_o) = 0, $f''(x_0)$>0 ($f''(x_0)$<0), то точка x_o<u>является точкой локального минимума (максимума) функции f(x).</u>

Если же $f''(x_0)$ =0, то нужно либо пользоваться первым достаточным условием, либо привлекать высшие производные.

На отрезке [a,b] функция y = f(x) может достигать наименьшего или наибольшего значения либо в критических точках, либо на концах отрезка [a,b].

Теорема (Ролля). Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b], дифференцируема на интервале (a; b) и на концах отрезка принимает одинаковые значения f(a)=f(b), то найдется хотя бы одна точка c϶(a;b), в которой производная f'(x) обращается в нуль, т. е. f'(c)=0.

▼ Так как функция f(x) непрерывна на отрезке [a;b], то она достигает на этом отрезке своего наибольшего и наименьшего значений, соответственно, M и m. Если M=m, то функция f(x) постоянна на [a;b] и, следовательно, ее производная f'(x)=0 в любой точке отрезка [a;b].

Если M^1 m, то функция достигает хотя бы одно из значений M или m во внутренней точке c интервала (a;b), так как f(a)=f(b).

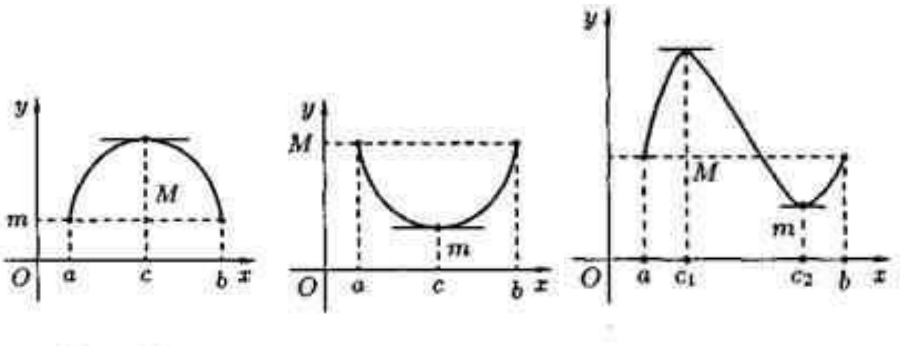


Схема исследования функции.

1. Найти область определения функции.
2. Проверить, не является ли функция четной или нечетной; проверить также, не является ли она периодической.
3. Найти, если это возможно, точки пересечения графика функции с осями координат и промежутки знакопостоянства функции. Иногда для

уточнения построения графика следует найти две три дополнительные точки.

4. Найти производную функции и ее критические точки.
5. Найти промежутки монотонности и экстремумы функции.
6. Построить график функции, используя полученные результаты исследования.

Лекция 2. Основные понятия. Пределы и непрерывность функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных

Переменная z называется функцией двух аргументов x и y, если некоторым парам значений (x,y) по какому-либо правилу или закону ставится в соответствие определенное значение z. Функция двух аргументов обозначается $z = f(x,y)$.

Функция $z = f(x,y)$ задается в виде поверхности в прямоугольной системе координат в пространстве. Графиком функции двух переменных $z = f(x,y)$ называется множество точек трехмерного пространства (x, y, z), аппликата **z** которых связана с абсциссой **x** и ординатой **y** функциональным соотношением $z = f(x,y)$.

Рассмотрим функцию z=f(x,y). Дадим аргументу x приращение Δx, а аргументу y – приращение Δy. Тогда функция z получит наращенное значение $f(x+\Delta x, y+\Delta y)$.

Величина $\Delta z = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)$ называется полным приращением функции в точке (x,y). Частным приращением по переменной **x** называется величина: $\Delta_x z = f(x+\Delta x, y) - f(x,y)$. Аналогично определяется частное приращение по переменной **y**: $\Delta_y z = f(x, y+\Delta y) - f(x,y)$.

Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Частной производной от функции $z = f(x;y)$ по независимой переменной x называется производная

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x; y) - f(x;y)}{\Delta x} = f'_x(x;y)$$

, вычисленная при постоянном y.

Частной производной по у называется производная $\frac{\partial x}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x; y+\Delta y) - f(x; y)}{\Delta y} = f'_y(x; y)$, вычисленная при постоянном x. Для частных производных справедливы обычные правила и формулы дифференцирования.

Пусть функция z=f(x,y) имеет две непрерывные частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ *и* $\frac{\partial z}{\partial y}$.

Произведение $\frac{\partial z}{\partial x}dx$ называется **частным дифференциалом** функции z=f(x,y) по x и обозначаются $d_x z = \frac{\partial z}{\partial x}dx$.

Произведение $\frac{\partial z}{\partial y}dy$ называется **частным дифференциалом** функции z=f(x,y)по **x** и обозначаются $d_y z = \frac{\partial z}{\partial y}dy$.

Полный дифференциал функции

Дифференциалом функции называется сумма произведений частных производных этой функции на приращение соответствующих независимых переменных, т. е. $dz = z'_x \Delta x + z'_y \Delta y$. *Так как* $df = dx = \Delta x$ и $df = dy = \Delta y$ тогда можно записать: $dz = z'_x dx + z'_y dy$ или $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$.

Частные производные второго порядка

Пусть функция $z = f(x,y)$имеет частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$. Так как производные являются функциями аргументов x и y, то можно найти производные от этих функций. Частные производные этих функций называются частными производными второго порядка (вторыми частными производными) данной функции $z = f(x,y)$.

Так, для функции z = f(x, y) двух аргументов x и y (предполагается, что все производные первого порядка существуют) частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right);\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right);\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right);\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right).$$

Частные производные $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ и $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$ называются смешанными частными производными второго порядка.

Пример. Найти частные производные функций:

3). $u=x^2-3xy-4y^2-x+2y+1$;

4). $z=e^{x^2+y^2}$.

1) Рассматривая y как постоянную величину, получим $\frac{\partial u}{\partial x}=2x-3y-1$, рассматривая x как постоянную величину, найдем: $\frac{\partial u}{\partial y}=-3x-8y+2$.

2) пусть y –*const*, получим $\frac{\partial z}{\partial x}=e^{x^2+y^2}(x^2+y^2)'_x=2x\cdot e^{x^2+y^2}$,

пусть x – *const*, получим $\frac{\partial z}{\partial y}=e^{x^2+y^2}(x^2+y^2)'_y=2y\cdot e^{x^2+y^2}$.

Полным приращением функции $z=f(x;y)$ в точке $M(x_0;y_0)$ называется разность $\Delta z=f(x+\Delta x;y+\Delta y)-f(x;y)$, где Δx и Δy произвольные приращения аргументов. Функция $z=f(x;y)$ называется *дифференцируемой* в точке $(x;y)$, если в этой точке полное приращение можно представить в виде $\Delta z=A\Delta x+B\Delta y+o(\rho)$, где $\rho=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$.

При достаточно малом $\rho=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$ для дифференцируемой функции $z=f(x;y)$ справедливы приближенные равенства $\Delta z\approx dz$; $f(x+\Delta x;y+\Delta y)\approx f(x;y)+dz$, которые применяются для приближенного вычисления значения функции

$$f(M_1)\approx f(M_0)+f'_x(x_0;y_0)\Delta x+f'_y(x_0;y_0)\Delta y.$$

Пример . Вычислить приближенное значение: $1{,}08^{3{,}96}$.

Полагая, что $1{,}08^{3{,}96}$ есть частное значение функции $f(x;y)=x^y$ в точке $M_1(1{,}08;3{,}96)$ и что вспомогательная точка будет $M_0(1;4)$, получим $f(M_0)=1^4=1$

$f'_x(M_0)=yx^{y-1}(x=1, y=4)=4$;

$f'_y(M_0)=x^y\ln x(x=1, y=4)=0$;

$\Delta x=1{,}08-1=0{,}08$; $\Delta y=3{,}96-4=-0{,}04$.

Подставляя в формулу

$f(M_1)\approx f(M_0)+f'_x(x_0;y_0)\Delta x+f'_y(x_0;y_0)\Delta y$,

найдем: $1{,}08^{3{,}96}\approx f(M_0)+f'_x(M_0)\Delta x+f'_y(M_0)\Delta y=1+4\cdot 0{,}08=1{,}32$.

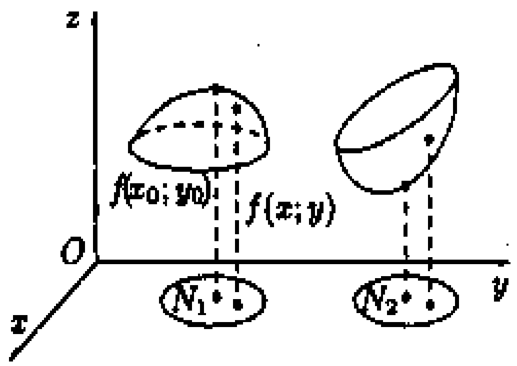
Экстремум функции нескольких переменных.

Основные понятия

Понятие максимума, минимума, экстремума функции двух переменных аналогичны соответствующим понятиям функции одной независимой переменной.

Пусть функция z = f(x;y) определена в некоторой области D, точка N(x_0;y_0) Î D.

Точка (x_0;y_0) называется точкой максимума функции z=f(x;y), если существует такая d-окрестность точки (x_0;y_0), что для каждой точки (x;y), отличной от (x_o;y_o), из этой окрестности выполняется неравенство f(x;y)<f(x_o;y_o).



Аналогично определяется точка минимума функции: для всех точек (x; y), отличных от (x_0;y_0), из d-окрестности точки (x_o;y_o) выполняется неравенство: f(x;y)>f(x_0;y_0).

На рисунке 210: N_1 — точка максимума, а N_2 — точка минимума функции z=f(x;y).

Определение. Значение функции в точке максимума (минимума) называется ***максимумом (минимумом) функции***. Максимум и минимум функции называют ее ***экстремумами.***

Отметим, что, в силу определения, точка экстремума функции лежит внутри области определения функции; максимум и минимум имеют локальный (местный) характер: значение функции в точке $(x_0;y_0)$ сравнивается с ее значениями в точках, достаточно близких к $(x_0;\ y_0)$. В области D функция может иметь несколько экстремумов или не иметь ни одного.

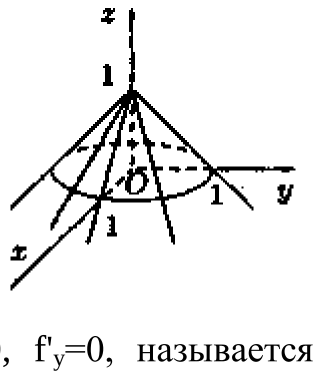
Необходимые и достаточные условия экстремума

Теорема 1 (необходимые условия экстремума). Если в точке $N(x_0;y_0)$ дифференцируемая функция $z=f(x;y)$ имеет экстремум, то ее частные производные в этой точке равны нулю: $f'_x(x_0;y_0)=0$, $f'_y(x_0;y_0)=0$.

Зафиксируем одну из переменных. Положим, например, $y=y_0$. Тогда получим функцию $f(x;y_0)=\varphi(x)$ одной переменной, которая имеет экстремум при $x = x0$. Следовательно, согласно необходимому условию экстремума функции одной переменной (см. п. 25.4), $\varphi'(x_0) = 0$, т. е. $f'x(x0;y0)=0$.

Аналогично можно показать, что $f'_y(x_0;y_0) = 0$.

Геометрически равенства $f'_x(x_0;y_0)=0$ и $f'_y(x_0;y_0)=0$ означают, что в точке экстремума функции $z=f(x;y)$ касательная плоскость к поверхности, изображающей функцию $f(x;y)$, параллельна плоскости Oxy, т. к. уравнение касательной плоскости есть $z=z_0$ (см. формулу (45.2)).



<u>*Замечание.*</u> Функция может иметь экстремум в точках, где хотя бы одна из частных производных не существует. Например, функция $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ имеет максимум в точке O(0;0) (см. рис. 211), но не имеет в этой точке частных производных.

О: Точка, в которой частные производные первого порядка функции $z \approx f(x;\ y)$ равны нулю, т. е. $f'_x=0$, $f'_y=0$, называется **стационарной точкой** функции z.

О: Стационарные точки и точки, в которых хотя бы одна частная производная не существует, называются **критическими точками.**

В критических точках функция может иметь экстремум, а может и не иметь. Равенство нулю частных производных является необходимым, но не достаточным условием существования экстремума. Рассмотрим, например, функцию z = xy. Для нее точка O(0; 0) является критической (в ней z'_x=y и z'_y — x обращаются в ноль). Однако экстремума в ней функция z=xy не имеет, т. к. в достаточно малой окрестности точки O(0; 0) найдутся точки для которых z>0 (точки I и III четвертей) и z < 0 (точки II и IV четвертей).

Таким образом, для нахождения экстремумов функции в данной области необходимо каждую критическую точку функции подвергнуть дополнительному исследованию.

Теорема 2 (достаточное условие экстремума). Пусть в стационарной точке (x_o;y_o) и некоторой ее окрестности функция f(x;y) имеет непрерывные частные производные до второго порядка включительно. Вычислим в точке (x_0;y_0) значения A=f''_{xx}(x_0;y_0), B=f''_{xy}(x_0;y_0), C=f''_{yy}(x_0;y_0). Обозначим

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2.$$

Тогда:

1. если $\Delta > 0$, то функция f(x;y) в точке (x_0;y_0) имеет экстремум: максимум, если A < 0; минимум, если A > 0;

2. если $\Delta < 0$, то функция f(x;y) в точке (x_0;y_0) экстремума не имеет.

В случае $\Delta = 0$ экстремум в точке (x_0;y_0) может быть, может не быть. Необходимы дополнительные исследования.

Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области

Пусть функция z=f(x;y) определена и непрерывна в ограниченной замкнутой области D. Тогда она достигает в некоторых точках D своего наибольшего M и наименьшего т значений (т. н. глобальный экстремум). Эти значения достигаются функцией в точках, расположенных внутри области D , или в точках, лежащих на границе области.

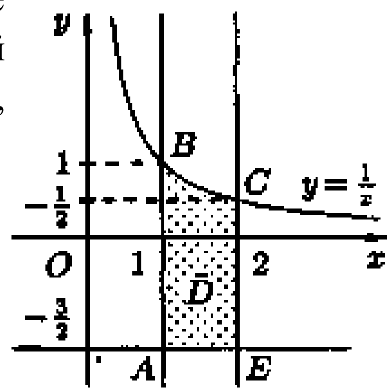
Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений дифференцируемой в области D функции $z = f(x;y)$ состоит в следующем:

1. Найти все критические точки функции, принадлежащие D , и вычислить значения функции в них;

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x;y)$ на границах области;

3. Сравнить все найденные значения функции и выбрать из них наибольшее M и наименьшее т.

Пример 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2y + xy^2 + xy$ в замкнутой области, ограниченной линиями: $y = {}^1/_x$, $x = 1$, $x = 2$, $y = -1{,}5$ (см. рис.).



Решение: Здесь $z'_x=2xy+y^2+y$, $z'_y=x^2+2xy+x$.

Находим все критические точки:

$$\begin{cases} y(2x + y + 1) = 0, \\ x(x + 2y + 1) = 0. \end{cases}$$

Решением системы являются точки (0;0), (-1;0), (0; -1),(-1/3;-1/3). Ни одна из найденных точек не принадлежит области D .

Лекция №3. Непрерывные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Нормальный закон распределения

Непрерывные случайные величины.Числовые характеристики.

Непрерывными случайными величинами называются случайные величины, возможные значения которых непрерывно заполняют некоторый промежуток.

Функцией распределения непрерывной случайной величины называют функцию F(x), определяемую также как и функция распределения дискретной случайной величины, т.е.

$$F(x) = P(X < x)$$

Плотностью распределения непрерывной случайной величины называется первая производная от функции распределения, т.е.: f(x)=F’(x)

Через известную плотность распределения непрерывной случайной величины можно найти ее функцию распределения по формуле:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

Математическое ожидание непрерывной случайной величины:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,f(x)\,dx\,.$$

Дисперсия непрерывной случайной величины:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[X - M(x)\right]^2 f(x)\,dx$$

или

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - \left[M(X)\right]^2$$

Раздел 1.01 *Законы распределения НСВ*

Непрерывная случайная величина *X* называется ***распределенной по нормальному закону***, если ее плотность распределения вероятности имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (33)$$

где a - математическое ожидание и σ - среднеквадратическое отклонение – параметры нормального распределения.

Непрерывная случайная величина *X* называется ***распределенной по показательному закону***, если ее плотность распределения вероятности имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & x \ge 0, \end{cases}$$

где $\lambda = const$, $\lambda > 0$ - параметр распределения.

<u>Определение:</u> *Функцией распределения* случайной величины X называется функция F(x), определяющая вероятность того, что X примет значение, меньшее x:

$$\boldsymbol{F(x) = P(X < x).}$$

Функцию распределения $F(x)$ иногда называют ***интегральной функцией распределения*** или ***интегральным законом распределения.***

Свойства функции распределения

Свойство 1: Значения функции распределения принадлежат отрезку

[0, 1]: $$0 \le F(x) \le 1.$$

Свойство 2: $F(x)$ – неубывающая функция, т. е. $F(x_2) \ge F(x_1)$, если $x_2 > x_1$.

Следствие 1. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале **(a, b)**, равна приращению функции распределения на этом интервале: $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$.

Следствие 2. Вероятность того, что непрерывная случайная величина **X** примет одно определенное значение равна нулю.

Свойство 3. Если возможные значения случайной величины принадлежат интервалу (a,b), то $F(x)=0$ при $x \le a$; $F(x)=1$ при $x \ge b$.

Следствие. Если возможные значения непрерывной случайной величины расположены на всей числовой оси, то справедливы следующие предельные соотношения:

$$\lim_{x\to-\infty} F(x) = F(-\infty) = 0; \quad \lim_{x\to+\infty} F(x) = F(+\infty) = 1.$$

Лекция №4. Корреляция. Линия регрессии

Корреляционный анализ — это статистический метод, изучающий связь между явлениями, если одно из них входит в число причин, определяющих другое, или, если имеются общие причины, воздействующие на эти явления.

Основная задача — выявление связи между случайными переменными.

Регрессионный анализ — это статистический метод, изучающий зависимость между результативным признаком *Y* и входной переменной *X*.

Основная задача — установление формы связи между переменными и изучение зависимости между ними.

Функциональная и корреляционная зависимости

Функциональная зависимость — это зависимость вида $y = f(x)$,когда каждому возможному значению случайной величины X соответствует одно возможное значение случайной величины Y. Например, площадь круга Sоднозначно связана с радиусом окружности R: $S = \pi R^2$.

Корреляционная зависимость—это статистическая зависимость, проявляющаяся в том, что при изменении одной из величин изменяется среднее значение другой:

$$\bar{y} = f(x)$$

Например, рост и масса. При одном и том же росте масса различных индивидуумов может быть различна, но между средними значениями этих показателей имеется определенная зависимость.

Установление взаимосвязи между различными признаками и показателями функционирования организма позволяет по изменениям одних судить о состоянии других.

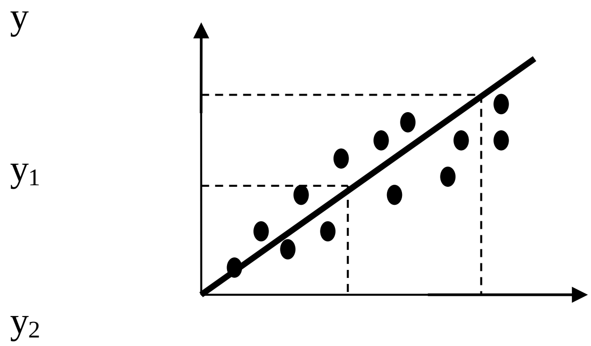
Для изучения корреляционной связи данные о статистической зависимости удобно задавать в виде корреляционной таблицы или в виде двумерной выборки.

X_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
Y_i	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Схема эксперимента следующая: пусть имеется выборка объема n из генеральной совокупности N. На каждом объекте выборки определяют числовые значения признаков, между которыми требуется установить наличие или отсутствие связи. Таким образом, получают 2 ряда числовых значений.

Для наглядности полученного материала каждую пару можно представить в виде точки на координатной плоскости. По оси абсцисс откладывают значения одного вариационного ряда — x_i, а по оси ординат другого — y_i.

Такое изображение статистической зависимости называется *полем корреляции,* или *корреляционным полем точек.* Оно создает общую картину корреляций.



Если точки группируются вдоль некоторого направления , то это говорит о наличии линейной корреляционной связи между признаками.

Если точки распределены равномерно, то линейная корреляционная связь отсутствует.

Коэффициент линейной корреляциии его свойства

На практике исследователя часто может интересовать не сама зависимость одной переменной от другой, а именно характеристика тесноты связи между ними, которую можно было бы выразить одним числом. Эта характеристика называется *выборочным коэффициентом линейной корреляции* r.

Требования ккорреляционному анализу: корреляционный анализ — это метод, используемый, когда данные можно считать случайными и выбранными из совокупностей, распределенных по *нормальному* закону.

Выборочный коэффициент линейной корреляции r характеризует тесноту линейной связи между количественными признаками в выборке:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$$

Если r>0, то корреляционная связь между переменными прямая, при r< 0 связь обратная.

Свойства коэффициента корреляции r

Они проявляются при достаточно большом объеме выборки *n.*

Коэффициент корреляции принимает значения на отрезке - 1 $\le r \le 1$.

В зависимости от того, насколько $|r|$ приближается к 1, различают связи:

- r <0,3 — слабая связь;
- r = 0,3 - 0,5— умеренная связь;
- r = 0,5 - 0,7 — заметная (значительная);
- r = 0,7 - 0,8—достаточно тесная;
- r = 0,8 - 0,9 — тесная (сильная);
- r>0,9 — очень сильная, то есть чем ближе $|r|$ к 1, тем теснее связь.

2. При r= 1 — функциональная зависимость $y = f(x)$.

3. Чем ближе $|r|$ к 0, тем слабее связь.

4. При r= 0 линейная корреляционная связь отсутствует.

5. $r_{xy} = r_{yx}$ — случайные переменные симметричные;

*x*и *y* могут взаимозаменяться, не влияя на величину r.

Построить корреляционное поле точек и вычислить коэффициент корреляции между ростом (X)и массой (У) некоторых животных. Исходные данные приведены в выборке объемаn = 10.

x_i	31	32	33	34	35	35	40	41	42	46
y_i	7,8	8,3	7,6	9,1	9,6	9,8	11,8	12,1	14,7	13,0

Решение

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

Средний рост $\bar{x}$*:*

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$, $\bar{x} = \frac{31 + 32 + ... + 46}{10} = \frac{369}{10}$ =36,9.

Средняя масса $\bar{y}$:

$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$, $\bar{y} = \frac{7,8 + 8,3 + ... + 13,0}{10}$ =10,38.

Находим:

$\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})$ = (31 – 36,9)(7,8 – 10,38) + …+ (46 – 36,9)(13 – 10,38)=99,9;

$\sum (x - \bar{x})^2$ = (31 – 36,9)^2 + (32 – 36,9)^2 +…+ (46 – 36,9)^2 =224,8;

$\sum (y - \bar{y})^2$ = (7,8 – 10,38)^2 + (8,3 – 10,38)^2 + …+ (13,0 – 10,38)^2 =51,9.

Подставим полученные значения в формулу для r:

$r = \frac{99,9}{\sqrt{224,8 \cdot 51,9}}$ =0,925

Величина r близка к 1, это говорит о тесной связи роста и массы.

Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента линейной корреляции

Это ответ на вопрос: существует ли вообще эта связь. Эмпирический коэффициент корреляции, как и любой другой выборочный показатель, служит оценкой своего генерального параметра. Выборочный коэффициент линейной корреляции $r_в$—величина *случайная,* так как он вычисляется по значениям переменных, случайно попавшим в выборку из генеральной совокупности, а значит, как и любая случайная величина, имеет ошибку m_r.

Чтобы выяснить, находятся ли случайные величины X иYгенеральной совокупности в линейной корреляционной зависимости, надо проверить значимость $r_в$. Для этого проверяют нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции генеральной совокупности $H_о$: $r_{ген}$ = 0, то есть линейная корреляционная связь между признаками X и Y случайна. Выдвигается альтернативная гипотеза H_1: $r_{ген} \neq$ 0, то есть эта линейная корреляционная связь имеется. Задается уровень значимости, например, $\alpha \leq$ 0,05.

Критерием для проверки нулевой гипотезы является отношение выборочного коэффициента корреляции к своей ошибке:

$$t_{набл} = \frac{r}{m_r},$$

где m_r— ошибка коэффициента корреляции.

Если объем выборки n <100, то $m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$;

если объем выборки n > 100, то $m_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$.

Число степеней свободы для проверки критерия равно f = n – 2. Гипотезу проверяют по таблицам распределения Стьюдента в соответствии с выбранным уровнем значимости.

По таблице критических точек распределения Стьюдента находим $t_{крит}(\alpha, f)$,определенное на уровне значимости а <0,05 при числе степеней свободы $f = n - 2$, где n — объем двумерной выборки.

Если $t_{набл} > t_{крит} = \Rightarrow H_1$, отвергают нулевую гипотезу и принимают альтернативную: $r_{ген} \neq 0$, имеется линейная корреляционная связь между признаками.

Если $t_{набл} < t_{крит}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу, а r_eстатистически незначим. Эта связь случайна.

Проверить значимость коэффициента корреляции r= 0,74 между переменными Xи Y для выборки объема n = 50.

Решение

Проверяется нулевая гипотеза H_0 об отсутствии линейной корреляционной связи между переменными Xи Yв генеральной совокупности H_0; $r_{ген}$ = 0.При справедливости этой гипотезы $t_{набл} = \frac{r}{m_r}$, где ошибка коэффициента корреляции $m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$ и $t_{набл} = \frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$имеют распределение Стьюдента с $f = n - 2$ степенями свободы.

Рассчитаем: $t_{набл} = \frac{0{,}74 \cdot \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0{,}74^2}} = 7{,}62.$

По таблицам находим табличное значение t-критерия Стьюдента, определенное на уровне значимости $\alpha \le 0{,}05$ и при числе степеней свободы $f = 50 - 2 = 48$, $t_{крит}(\alpha \le 0{,}05;\ 48) = 2{,}02$.

Поскольку $t_{набл} > t_{крит}$, 7,62 > 2,02, коэффициент корреляции значимо отличается от нуля.

Причем это справедливо и для уровня значимости $\alpha \le 0{,}001$(t=3,55).

Выборочное уравнение линейной регрессии. Метод наименьших квадратов

Задача регрессионного анализа состоит в подборе упрощенной аппроксимации связи с помощью математической модели.

Регрессионный анализ имеет в своем распоряжении специальные процедуры проверки, является ли выбранная математическая модель *адекватной* для описания имеющихся данных.

Чаще всего регрессионный анализ используется для *прогноза,* то есть предсказания значений ряда зависимых переменных по известным значениям других переменных.

Выше указывалось, что результаты наблюдений, приведенные в двумерной выборке

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
y_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5

можно представить в виде корреляционного поля точек (рис. 8.2), где каждая точка соответствует отдельнымзначениямx и y.

В результате получается диаграмма рассеяния, позволяющая судить о форме и тесноте связи между варьирующими признаками. Довольно часто эта связь может быть аппроксимирована прямой линией (рис. 8.2).

Регрессия — это функция, позволяющая по величине одного признака X

находить среднее ожидаемое (должное) значение другого признака *Y*, корреляционно связанного с *X*.

В линейной математической модели уравнение линейной регрессии имеет вид

$\bar{y} = ax + b,$

где *a* и *b*— параметры линейной регрессии;

a — это коэффициент регрессии, показывающий, насколько в среднем величина одного признака *Y* изменяется при изменении на единицу меры другого признака *X,* корреляционно связанного с *Y.* Чем больше *a* — угловой коэффициент прямой $a = tg\alpha$, тем круче прямая, то есть быстрее изменяется ***Y***.

b— свободный член в уравнении, определяет $\bar{y}$ при $x = 0$.

$\bar{y}$ — это предсказанное (должное) значение ***Y***для данного *x* при определенных значениях регрессионных параметров.

Параметры линейной регрессии определяют методом наименьших квадратов — это способ подбора параметров регрессионной модели, согласно которому сумма квадратов отклонений вариант от линии регрессии должна быть

минимальна:

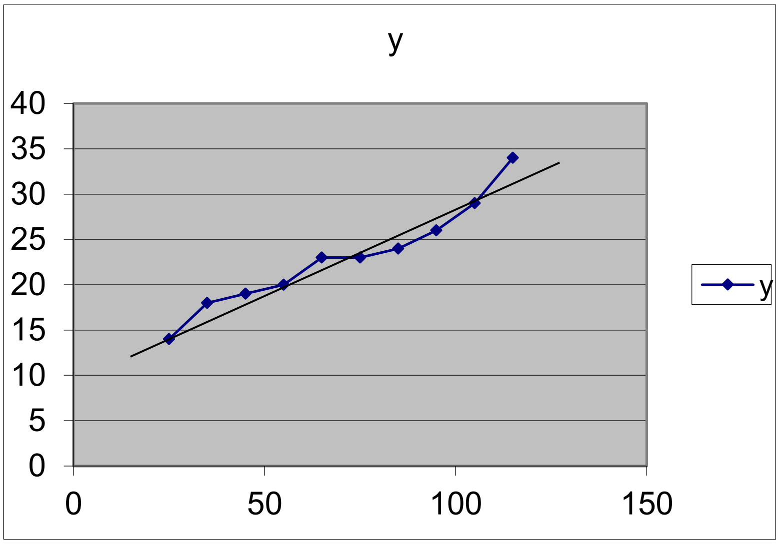
$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow \min$$

Это эффективный метод, позволяющий уменьшить влияние ошибок измерений.

Теперь определяют должные величины $\bar{y}_{должн}$, наносят эти точки и соединяют их прямой линией.

Достоинство корреляционно – регрессионного анализа— наглядное представление о форме и тесноте связи. Регрессия выражает корреляционную зависимость в виде *функционального отношения* и дает более полную информацию.

Таким образом, коэффициент регрессии b = 0,18 показывает, что при изменении длины ствола на 1 см длина ствола без ветвей изменится в среднем на 0,18 см.



Нелинейная регрессия

Если график регрессии $\overline{y} = f$ (x) изображается кривой линией, то это нелинейная регрессия.

Выбор вида уравнения регрессии производится на основании опыта предыдущих исследований, литературных источников, профессионального мнения и визуального наблюдения расположения точек корреляционного поля. Этот очень важный этап анализа называется *спецификацией*.

Наиболее часто встречаются следующие виды уравнений нелинейной регрессии:

$\overline{y} = a_0 + a_1 \cdot x + ... + a_n \cdot x^n$ — полиномиальное уравнение;

$\overline{y} = ax^2 + bx + c$ — уравнение параболы второго порядка; $\overline{y} = ax^3 + bx^2 + cx + d$ — уравнение параболы третьего порядка;

$\overline{y} = \dfrac{a}{x} + b$ — гиперболическое уравнение.

Для определения неизвестных параметров регрессии используется метод наименьших квадратов.

ПЯТИГОРСКИЙ МЕДИКО-ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ –
филиал федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА ДЛЯ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ: 38.03.02 «МЕНЕДЖМЕНТ»

(уровень бакалавриата)

Пятигорск 2020

РАЗРАБОТЧИКИ:
Старший преподаватель кафедры физики иматематики Н.С. Стригун

Старший преподаватель кафедры физики и математики Ю.А. Болгова
РЕЦЕНЗЕНТ:
Кандидат физико-математических наук, доцент, **заведующий кафедрой**математики, информатики филиала ГБОУ ВО "Ставропольский государственный педагогический институт" в г.Ессентуки,
А.Б. Чебоксаров
В рамках дисциплины формируются следующие компетенции, подлежащие оценке настоящим ФОС:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-6)

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы направления подготовки 38.03.02 «Менеджмент» по дисциплине «Математика»

1.1. ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОВЕРЯЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ

Вопросы к зачету

№	Вопросы для промежуточной аттестации студента	Проверяемыеком петенции
	РАЗДЕЛ 1. Линейная алгебра	
	Тема: Определители второго и третьего порядка и их вычисление	
1.	Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами	ОК-6
2.	Определители второго и третьего порядка и их вычисление.	ОК-6
3.	Обратная матрица. Алгоритмы нахождения обратной матрицы.	ОК-6
	Тема: Решение систем линейных уравнений	
4.	Основные понятия о системах линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения систем. Метод Крамера. Метод Гаусса.	ОК-6
	Тема: Решение систем линейных уравнений	
5.	Векторы. Линейные операции над векторами.	ОК-6
6.	Координаты вектора. Компоненты вектора.	ОК-6

	Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами.	
7.	Линии на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости.	ОК-6
8.	Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.	ОК-6
	Тема: Линии второго порядка	
9.	Линии второго порядка. Окружность; эллипс; гипербола; парабола.	ОК-6
10.	Общее уравнение плоскости.	ОК-6
	РАЗДЕЛ 2. Дифференциальное исчисление	
	Тема: Определение производной. Основные правила дифференцирования	
11.	Предел и непрерывность функции. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной. Дифференциал функции.	ОК-6
	РАЗДЕЛ 3. Функции нескольких переменных	
	Функции нескольких переменных. Дифференцирование функции многих переменных	ОК-6
	РАЗДЕЛ 4. Интегральное исчисление	
	Тема: Неопределенный интеграл. Определения и свойства. Таблица интегралов	
12.	Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы.	ОК-6
13.	Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.	ОК-6
14.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.	ОК-6
15.	Геометрические и механические приложения определенного интеграла.	ОК-6

Вопросы к экзамену

№	Вопросы для промежуточной аттестации студента	Проверяемыеком петенции

	РАЗДЕЛ 5. Основные понятия теории вероятностей	
	Тема: Основные понятия теории вероятностей. Классическое и статистическое определение вероятности	
1.	Испытания и события.	ОК-6
2.	Классическая вероятность.	ОК-6
3.	Формулы комбинаторики.	ОК-6
4.	Статистическая и геометрическая вероятность.	ОК-6
5.	Действия над событиями.	ОК-6
6.	Теорема сложения вероятностей.	ОК-6
7.	Теорема умножения вероятностей.	ОК-6
8.	Формула полной вероятности.	ОК-6
	Тема: Случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины	
9.	Случайные величины.	ОК-6
10.	Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения вероятностей.	ОК-6
	Тема: Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Нормальный закон распределения	
11.	Равномерное и непрерывное распределение случайной величины.	ОК-6
	РАЗДЕЛ 6.Основные понятия математической статистики	
	Тема: Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды	
12.	Математическая статистика.	ОК-6
	Тема: Доверительный интервал и доверительная вероятность	
13.	Доверительные интервалы и доверительные вероятности.	ОК-6
14.	Распределение Стьюдента.	ОК-6
15.	Проверка статистических гипотез. Критерий	ОК-6

	Пирсона.	
	Тема: Корреляция. Линия регрессии.	
16.	Корреляция.	ОК-6
17.	Линия регрессии.	ОК-6

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ИЛИ ИНЫХ МАТЕРИАЛОВ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ХОДЕ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ

Раздел №1 «Линейная алгебра»
Тема : Решение систем линейных уравнений
Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Понятие единичной матрицы
4. Минор матрицы
5. Алгебраическое дополнение
6. Метод Гаусса
7. Понятие система линейных уравнений
8. Совместность, однородность системы
9. Свойства системы линейных уравнений
10. Элементарные преобразования систем

Задания для самостоятельной работы:
Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Находить произведение матриц,
2. Определять ранг матрицы с приведением ее к каноническому виду.
3. Применять правила при вычислении определителей второго и третьего порядков

Вопросы для устного опроса студентов:
1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.

3. Понятие единичной матрицы
4. Минор матрицы
5. Алгебраическое дополнение
6. Метод Гаусса
7. Понятие система линейных уравнений
8. Совместность, однородность системы
9. Свойства системы линейных уравнений
10. Элементарные преобразования систем

Практические задания

1**.** Решите системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ x + 3y - 5z = -6, \\ x + 4y - 7z = -9. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 8y + 7z = 2 \\ -5x + 5z = -5 \\ -2x + 2y - 3z = 1{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + z = -1, \\ 5x + 2y + 3z = 3, \\ 7x + 3y + 5z = 6. \end{cases}$$

Фонд тестовых заданий к занятию № 1:

3. Чему равен минор $\mathbf{M_{11}}$матрицы **A**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

1. 45
2. 25
3. -45
4. 0
5. -4

4. Чему равно алгебраическое дополнение $\mathbf{A_{31}}$матрицы **A**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 8 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

1. 0
2. -5
3. -20
4. решения нет
5. 20

3. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Δ =
1. 5
2. 15
3. 20
4. решения нет
5. 0

4. Чему равен элемент $\boldsymbol{a_{12}}$матрицы ***A:***

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 6 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

1. 9
2. 0
3. 7
4. -8
5. такого элемента не существует

Занятие № 2
ТЕМА: Производные сложной функции. Производные высших порядков. Правило Лопиталя
Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Предел функции.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
3. Производная функции.
4. Основные правила дифференцирования.
5. Раскрытие неопределённостей.
6. Таблица производных.
7. Определение непрерывной функции.
8. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
9. Классификация точек разрыва функции.

Задания для самостоятельной работы:
Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
2. Производная функции.
3. Основные правила дифференцирования.
4. Раскрытие неопределённостей.
5. Таблица производных.

Вопросы для устного опроса студентов:

1. Основные производные функций.
2. Знать правила дифференцирования.
3. Предел функции.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
5. Производная функции.
6. Основные правила дифференцирования.
7. Раскрытие неопределённостей.
8. Таблица производных.
9. Определение непрерывной функции.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
11. Классификация точек разрыва функции.

Практические задания

Найти производные функций

а) $y = 3^{1-x^2}$; б) y = $\sqrt{tg^3 2x}$;

а) y = x tg(2 x+6) + ln sin x + e^{3x};

б) y = $\sqrt[3]{1-4x^2}$;

а) y = $(e^{5x} – 1)^6$; б) y = $\sqrt{tg^3 6x}$; в) y = $3^{x - \arcsin x}$.

а) y = $\sqrt{1-\sin 5x}$; б) y = $\sqrt[3]{\sin^2 2x}$; в) y = $2^{\cos\frac{1}{x}}$;

а) y = $\left(x^3-3x\right)$ lnx; б) y = ln $\frac{x^2}{x+1}$;

а) y = $2^{\frac{4}{\cos x}}$; б)y = $\sqrt[3]{1-4x^2}$;

3. Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные функций:

1. y=cos (x^2 +2x - 4).
2. y=sin e^x.
3. y=$e^{tgx.}$
4. y=sin (x^3 - 3x +5).
5. y=cos ln x.
6. y=e^{sinx}.

Фонд тестовых заданий к занятию № 2:

1. Найдите производную функции $y_{(x)} = x^4 + 3x^3 + 4$.

1) $4x^3 + 9x^2 + 4$

2) $4x^3 + 9x^2 + 4x$

3) $4x^2 + 3x^2 + 4$

4) $4x^3 + 9x^2$

2. Производная функции *F(x)* = cos(4x) равна:

1) -4sin(4x)

2) 4cos(- 4x)

3) 4xsin(4x)

4) 4xcos(- 4x)

3. Найдите значение производной функции
при x=1

1) 0,5

2) -1

3) -0,5

4) 1

4. Найдите производную функции y(x) = x4+ 3x3 + 4.

1) 4x3 + 9x2 + 5

2) 4x3 + 9x2 + 4x

3) 4x2 + 3x2

4)4x3 + 9x2

5. Производная функции F(x) = cos5x равна:

1) -5sin 5x

2) 5cos (- 5x)

3) 5xsin 5x

4) 5xcos(- 5x)

6. Найдите производную функции $y = 4x^3 + 75$.

1) $12x^2$

2) 12x

3) $4x^2$

4) $12x^3$

7. Производная функции $y(x) = x^3 + 2x^5 - 6$ равна:

1) $3x^3 + 10x^4 + 6$

2) x3 + 10x2 -6x

3)x2 + 3x4

4) 3x3 + 10x4-6

8. Производная функции F(x) = sin(3x) равна:

1) 3cosx

2) 3xsin3x

3) cos3x

4) xcos3x

9. Найдите производную функции y = x cosx .

1) cosx - sinx

2) cosx + sinx

3) -sinx

4) x − sinx

10. Найдите производную функции y = cos(5x-2).

1) -2sin (5x- 2)

2) -5sin (5x- 2)

3) 5sin (5x- 2)

4) sin (5x- 2)

Занятие № 3
ТЕМА: Исследование функций. План полного исследования функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке
Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Необходимое и достаточное условие возрастания функции.
2. Точки разрыва функции.
3. Определение области определения функции.
4. Основные свойства функции.
5. Экстремум функции.
6. Точки максимума и минимума функции.
7. Возрастание и убывание функции.

Задания для самостоятельной работы:
Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Находить промежутки возрастанияи убыванияфункций.
2. Экстремум функции. Необходимое условие.
3. Достаточные условия экстремума.
4. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
5. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
6. Асимптоты линий.
7. Уметь проводить исследование функций и построение графиков.

Вопросы для устного опроса студентов:
1. Возрастание и убывание функций.
2. Экстремум функции. Необходимое условие.
3. Достаточные условия экстремума.
4. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
5. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
6. Асимптоты линий.
7. Общий план исследования функций и построение графиков.
8. Таблица производных.

9. Определение непрерывной функции.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
11. Классификация точек разрыва функции.

Практические задания

1. Зависимость между количеством *(x)* вещества, получаемого в некоторой химической реакции и временем *(t)* выражается уравнением $x = A*e^{-kt}$. Определите скорость реакции в момент времени $t=20$
2. Формулу комплекса потенциалов, возникающих при возбуждении сетчатки глаза светом (электроретинограмма), можно выразить уравнением:

$u=r\cdot sin(-3.05\cdot 10^{-3}\cdot t^3+5.6\cdot 10^{-2}\cdot t^2+1.59\cdot 10^{-1}\cdot t),$

где r - постоянная,t- время. Определить скорость изменения потенциала *(u)* в начальный момент времени $t=0$.

3. Исследовать функции на экстремум:
2) $y= x^2+x+12$, 2) $y= 2x^3-6x^2-18x+73$, 3) $y= x^3/3-2x^2+3x-1$
4. Размер популяции насекомых в момент t задается величиной $P(t)=10000+9000(1+t)^3$.Вычислите начальную популяцию $P(0)$ и скорость роста в момент $t=1$.
5. Найти максимумы и минимумы, промежутки возрастания и убывания функций:

Статья II. 1) $f(x)=x*lnx$; 2) $f(x)= x - arctg2x$;

6. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела и других физиологических показателей. Степень реакции зависит от дозы лекарства. Предположим, что (x) обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции (y) описывается функцией $y=x^2(10-x)$.При каком значении x реакция максимальна?

Фонд тестовых заданий к занятию № 3:

1. Найдите производную функции $y_{(x)} = x^4+ 3x^3 + 4$.

1) $4x^3 + 9x^2 + 4$2) $4x^3 + 9x^2 + 4x$3) $4x^2 + 3x^2 + 4$4) $4x^3 + 9x^2$

2. Производная функции $F(x) = \cos(4x)$ равна:

1) -4sin(4x)2) 4cos(- 4x)3) 4xsin(4x)   4) 4xcos(- 4x)

3. Найдите значение производной функции
при x=1

1) 0,52) -13) -0,54) 1

4. Найдите производную функции y(x) = x4+ 3x3 + 4.

1) 4x3 + 9x2 + 52) 4x3 + 9x2 + 4x3) 4x2 + 3x2 4)4x3 + 9x2

5. Производная функции F(x) = cos5x равна:

1)-5sin 5x2) 5cos (- 5x)3) 5xsin 5x   4) 5xcos(- 5x)

6. Найдите производную функции $y=4\ x^3+75$.

1) $12x^2$ 2) 12x   3) $4x^2$ 4) $12x^3$

7. Производная функции $y(x) = x^3+ 2x^5 -6$ равна:

1) $3x^3 + 10x^4 + 6$2) x3 + 10x2 -6x3) x2 + 3x44) 3x3 + 10x4-6

8. Производная функции F(x) = sin(3x) равна:

1) 3cosx2) 3xsin3x3) cos3x4) xcos3x

9. Найдите производную функции   y = x cosx .

1) cosx - sinx   2) cosx + sinx   3) -sinx   4) x − sinx

10. Найдите производную функции y = cos(5x-2).

1) -2sin (5x- 2)   2) -5sin (5x- 2)   3) 5sin (5x- 2)   4) sin (5x- 2)

Занятие № 4
ТЕМА: Основные методы интегрирования. Понятие определенного интеграла и его свойства. Методы вычисления определенного интеграла
Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Задача о площади криволинейной трапеции.
2. Задача о массе тела.
3. Определение определённого интеграла.
4. Основные свойства определённого интеграла.
5. Интеграл как функция верхнего предела.

6. Формула Ньютона – Лейбница.
7. Замена переменной в определённом интеграле.
8. Интегрирование по частям в определённом интеграле.

Задания для самостоятельной работы:
Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Основные свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Интегрирование методом замены переменной (способ подстановки).
5. Интегрирование по частям.

.

Вопросы для устного опроса студентов:

1. Возрастание и убывание функций.
2. Экстремум функции. Необходимое условие.
3. Достаточные условия экстремума.
4. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
5. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
6. Асимптоты линий.
7. Общий план исследования функций и построение графиков.
8. Таблица производных.
9. Определение непрерывной функции.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.
11. Классификация точек разрыва функции.

Практические задания

1. Зависимость между количеством *(x)* вещества, получаемого в некоторой химической реакции и временем *(t)* выражается уравнением $x = A*e^{-kt}$. Определите скорость реакции в момент времени $t=20$

2. Формулу комплекса потенциалов, возникающих при возбуждении сетчатки глаза светом (электроретинограмма), можно выразить уравнением:

$u=r\cdot sin(-3.05\cdot 10^{-3}\cdot t^3+5.6\cdot 10^{-2}\cdot t^2+1.59\cdot 10^{-1}\cdot t),$

где r - постоянная,t- время. Определить скорость изменения потенциала *(u)* в начальный момент времени $t=0$.

3. Исследовать функции на экстремум:

$y= x^2+x+12$, 2) $y= 2x^3-6x^2-18x+73$, 3) $y= x^3/3-2x^2+3x-1$

4. Размер популяции насекомых в момент t задается величиной $P(t)=10000+9000(1+t)^3$.Вычислите начальную популяцию $P(0)$ и скорость роста в момент $t=1$.

5. Найти максимумы и минимумы, промежутки возрастания и убывания функций:

1) $f(x)=x*\ln x$; 2) $f(x)= x - \mathrm{arctg}2x$;

6. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела и других физиологических показателей. Степень реакции зависит от дозы лекарства. Предположим, что (x) обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции (y) описывается функцией $y=x^2(10-x)$.При каком значении x реакция максимальна?

Фонд тестовых заданий к занятию № 4:

1. Значение функции двух переменных z=2x-y+15 в точке A(-2,1) равно:

   1) 7 2) 8 3) -8 4) 10

2. Значение функции двух переменных z=3x-2y+16 в точке A(1,2) равно:
   1) 5 2) -6 3) 8 4) -9

3. Предел функциидвух переменных$z=x^2+2y^2+6$ при равен :

   1) 0 2) 5 3) -1 4) -2

4. Предел функциидвух переменных$z=x^2-y^2+5$ при равен:
   1) 0 2) 5 3) -1 4) -2

5. Найдите критические точки функции $f(x) = 2x^4 – 4x^2$.
6. Вычислите $\left(\frac{ax^n}{b}\right)'$.
7. Найдите точку min функции $y = x^3 – 3x$:
   1) 1 2) 0 3) -2 4) -1
8. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^2 + 2x – 1$ на отрезке[-2; 1]:
   1) 12 2) 11 3) 9 4) 10
9. Составьте уравнение касательной к графику функции y = в точке x_0 = 4.
10. Найдите наибольшую точку экстремума функции $y = 2x^4 – 4x^2$:
   1) 5 2) 3 3) -2 4) -1

Занятие № 5

ТЕМА: Случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Дискретные случайные величины
2. Непрерывные случайные величины
3. Закон распределения случайные величины
4. Функция распределения случайные величины
5. Плотность распределения вероятностей

Задания для самостоятельной работы:

Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Основные свойства неопределённого интеграла.
3. Таблица неопределённых интегралов.
4. Интегрирование методом замены переменной (способ подстановки).
5. Интегрирование по частям.

Вопросы для устного опроса студентов:

1. Случайные величины. Виды. Закон распределения
2. Основные характеристики дискретных случайных величин
3. Функция распределения. Основные свойства.
4. Функция распределения. График функции распределения
5. Плотность распределения вероятностей и ее свойства
6. Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики.
7. Нормальный закон распределения.
8. Кривая распределения. Плотность вероятностей

Практические задания

1. Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию по данному распределению:

x_i	1	4	8
n_i	5	3	2

2. Построить гистограмму относительных частот и кумуляту по распределению выборки:

x_i	2	4	5	6

n_i	0,15	0,3	0,5	0,05

3. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, если совокупность задана таблицей распределения.

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

4. Исследуя продолжительность (в секундах) физической нагрузки до развития приступа стенокардии у 12 человек с ишемической болезнью сердца, получили следующие данные:

289;203;359;243;232;210;215;246;224;239;220;211.

Фонд тестовых заданий к занятию № 5:

1. Исправленное среднее квадратическое отклонение вариационного ряда вычисляется по формуле

1) $\sum_{i=1}^{k} x_i w_i$ *2)* $\sum_{i=1}^{k} |x_i - \overline{x}| w_i$

3) $\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x})^2 w_i$ *4)* $\sqrt{\frac{n}{(n-1)\left(\overline{x^2} - \overline{x}^2\right)}}$

2. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	5
частота	7	3	10

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

A) $\overline{x}$ *1)* *3,31*

B) D_x *2)* *3,3*

3) *3*

4) *3,39*

3. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	4	2	3

Величина $\overline{x^2}$ равна …

4. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	5	2	3

Выборочная дисперсия равна …

1) 4 *2) 1,8* *3) 0,84* *4) 0,76*

5. Дан вариационный ряд

варианта	1	2	3
частота	5	2	3

Исправленная выборочная дисперсия равна …

1) 4 *2) 1,8* *3) 0,84* *4) 0,76*

6. Дана выборка 1, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4. Упорядочить по возрастанию числовые характеристики

A) Выборочное среднее
B) Мода
C) Медиана
D) Размах

7. Дан вариационный ряд

варианта	2	5	7	10
частота	16	12	8	14

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

A) $\bar{x}$
B) Mo
C) Me

1) 2
2) 5,76
3) 6
4) 7
5) 10

8. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	6

частота	10	8	12

Значение эмпирической функции распределения в точке равно

1) 0 *2) 8* *3) 0,6* *4) 0,8*
5) 18 *6) 30* *7) 5* *8) 12*

9. Для некоторого количественного признака известно, что $\bar{x} = 2{,}5$ и $\sigma = 1{,}5$. Коэффициент вариации количественного признака равен

1) 60% *2) 167%* *3) 250%* *4) 150%*
5) 10% *6) 2,5%* *7) 1,5%*

10. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	166-170	170-174	174-178	178-182
частота	12	14	16	8

Установите соответствие

A) Интервал моды — 1) 166-170

B) Интервал медианы — 2) 170-174

C) — 3) 174-178

Занятие №6
ТЕМА: Статистическое распределение выборки, дискретные и интервальные вариационные ряды
Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Генеральная совокупность
2. Выборка
3. Полигон
4. Гистограмма
5. Статистический ряд распределения

Задания для самостоятельной работы:
Самостоятельная работа включает в себя подготовку к занятию по следующим вопросам:

1. Статистическая зависимость
2. Корреляционная зависимость
3. Коэффициент корреляции

4. Свойства коэффициента корреляции.
5. Прямая корреляция
6. Обратная корреляция

Вопросы для устного опроса студентов:

1. Основные задачи математической статистики. Виды и способы отбора.
2. Вариационные ряды и их характеристики.
3. Генеральные и выборочные средние.
4. Генеральная и выборочная дисперсии, формула для вычисления дисперсии.
5. Понятие об оценивании параметров распределения.
6. Интервальные оценки параметров распределения.
7. Оценка неизвестного математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднем квадратичном отклонении.

Практические задания

1. Построить гистограмму относительных частот и кумуляту по распределению выборки:

x_i	*15*	*20*	*25*	*30*	*35*
n_i	*10*	*15*	*30*	*20*	*25*

2. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, если совокупность задана таблицей распределения. Построить эмпирическую функцию распределения.

x_i	2	4	5	6
n_i	8	9	10	3

3. Построить гистограмму относительных частот и функцию распределения по распределению выборки:

h_i	2 - 5	5 - 8	8 -11	11 - 14
n_i	6	10	4	5

4. Время решения контрольной задачи студентами первого курса в секундах приведено в таблице

38	60	41	51	33	42	45	21	53	60
68	52	47	46	49	49	14	57	54	59
77	47	28	48	58	32	42	58	61	30
61	35	47	72	41	45	44	55	30	40
67	65	39	48	43	10	42	59	50	54

5. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=10 секунд и построить вариационный ряд и полигон частот.

6. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=7 секунд и построить полигон относительных частот.

7. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=14 секунд и построить функцию распределения.

8. Сгруппировать выборку с длиной интервала h=5 секунд и построить гистограмму частот.

Фонд тестовых заданий к занятию № 6:

1. Дана выборка 1, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4. Упорядочить по возрастанию числовые характеристики
   a) выборочное среднее
   в) мода
   c) медиана
   d) размах

2. Дан вариационный ряд

варианта	2	5	7	10
частота	16	12	8	14

Установите соответствие между числовыми характеристиками и их значениями

а) $\bar{x}$ — *1) 2*

в) mo — *2) 5,76*

c) me — *3) 6*

3. Дан вариационный ряд

варианта	1	3	6
частота	10	8	12

Значение эмпирической функции распределения в точке равно

1) 0
2) 8
3) 0,6
4) 0,8
5) 18
6) 30
7) 5
8) 12

4. Для некоторого количественного признака известно, что $\bar{x} = 2,5$ и $\sigma = 1,5$. Коэффициент вариации количественного признака равен

1) 60%
2) 167%
3) 250%
4) 150%
5) 10%
6) 2,5%
7) 1,5%

5. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	166-170	170-174	174-178	178-182
частота	12	14	16	8

Установите соответствие

a) интервал моды
в) интервал медианы
c) интервал частоты

1) 166-170
2) 170-174
3) 174-178

6. Дан интервальный вариационный ряд

варианта	1-3	3-5	5-7	7-9
частота	2	3	4	1

Выборочная средняя равна…

7. Любое предположение о виде или параметре неизвестного закона распределения называется

1) статистическим критерием
2) нулевой гипотезой
3) статистической гипотезой
4) альтернативной гипотезой

8. Правило, по которому нулевая гипотеза отвергается или принимается называется

1) статистическим критерием
2) нулевой гипотезой

3) статистической гипотезой 4) альтернативной гипотезой

9. Если основная гипотеза имеет вид $H_0: a = 20$, то конкурирующей гипотезой может быть гипотеза …

1) $H_1: a \le 30$ *2)* $H_1: a \ne 20$ *3)* $H_1: a \le 20$ *4)* $H_1: a \ge 20$

10. Если основная гипотеза имеет вид $H_0: a \le 20$, то конкурирующей гипотезой может быть гипотеза …

1) $H_1: a < 20$ *2)* $H_1: a \ne 20$ *3)* $H_1: a > 20$ *4)* $H_1: a = 20$

2.3.2 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации студентов

№	Вопросы для промежуточной аттестации студентов	Проверяемые компетенции
1.	Испытания и события.	ОК - 6
2.	Классическая вероятность.	ОК -6
3.	Формулы комбинаторики.	ОК -6
4.	Размещение	ОК -6
5.	Сочетание	ОК -6
6.	Перестановка	ОК - 6
7.	Статистическая вероятность	ОК -6
8.	Геометрическая вероятность.	ОК -6
9.	Действия над событиями.	ОК -6
10.	Зависимые события	ОК -6
11.	Независимые события	ОК - 6
12.	Элементарные события	ОК -6
13.	Теорема сложения вероятностей.	ОК -6
14.	Теорема умножения вероятностей.	ОК -6
15.	Формула полной вероятности.	ОК -6
16.	Повторение независимых опытов.	ОК - 6
17.	Схема Бернулли.	ОК -6
18.	Локальная и интегральная формулы	ОК -6

19.	Интегральная теорема	ОК -6
20.	Закон редких явлений Пуассона.	ОК -6
21.	Случайные величины.	ОК - 6
22.	Непрерывные случайные величины.	ОК -6
23.	Функция распределения, плотность распределения вероятностей.	ОК -6
24.	Равномерное и непрерывное распределение случайной величины.	ОК -6
25.	Математическая статистика.	ОК -6
26.	Доверительные интервалы и доверительные вероятности.	ОК - 6
27.	Распределение Стьюдента.	ОК -6
28.	Проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона.	ОК -6
29.	Корреляция.	ОК -6
30.	Линия регрессии.	ОК -6
31.	Кривая безразличия	ОК - 6
32.	Кривая потребительского бюджета	ОК -6
33.	Кривая производственных возможностей	ОК -6
34.	Кривая инвестиционного спроса	ОК -6
35.	Кривая Филлипса	ОК -6
36.	Кривая Лаффера	ОК -6

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ОТВЕТА СТУДЕНТА ПРИ 100-БАЛЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

ХАРАКТЕРИСТИКА ОТВЕТА	**Оценка ECTS**	**Баллы в БРС**	**Уровень сформиро-ванностикомпетентности по дисциплине**	**Оценка**
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. В полной мере овладел компетенциями.	A	100-96	ВЫСОКИЙ	5 (отлично)
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умении выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. В полной мере овладел компетенциями.	B	95-91	ВЫСОКИЙ	5 (отлично)
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя. В полной мере овладел компетенциями.	C	90-86	СРЕДНИЙ	4(хорошо)
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-	D	85-81	СРЕДНИЙ	4(хорошо)

следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя. В полной мере овладел компетенциями.				
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. В полной мере овладел компетенциями.	E	80-76	СРЕДНИЙ	4(хорошо)
Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. Достаточный уровень освоения компетенциями	F	75-71	НИЗКИЙ	3(удовлетво-рительно)
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевоеоформлениетребуетпоправок, коррекции. Достаточный уровень освоения компетенциями	G	70-66	НИЗКИЙ	3(удовлетво-рительно)
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с	H	61-65	КРАЙНЕ НИЗКИЙ	3(удовлетво-рительно)

другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к коррекции ответа студента на поставленный вопрос. Обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Достаточный уровень освоения компетенциями				
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. Компетенции не сформированы	I	60-0	НЕ СФОРМИ-РОВАНА	2

Пятигорский медико-фармацевтический институт – филиал государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Волгоградский государственный медицинский университет»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Кафедра физики и математики

В.Т. Казуб, Ю.А. Болгова

Методические указания по выполнению контрольной работы

по дисциплине Математика
для студентов 1 курса
направления 38.03.02 «Менеджмент»
(заочная форма)

Пятигорск 2020

I.Общие положения

I.1. Цели и задачи контрольной работы

Целью выполнения контрольной работы является углубление и закрепление теоретических и практических навыков используемых для решения конкретных практических задачпо дисциплине «Математика».

Основная задача данных методических указаний — оказать необходимую помощь, а также правильно направить усилия студента на качественное выполнение контрольной работы по дисциплине «…». Методические рекомендации предназначены для студентов заочной формы обучения направления 38.03.02 «Менеджмент» и составлены с учётом современных требований к контрольным работам.

I.2. Порядок и сроки выполнения контрольной работы.

Задания по контрольной работе выдаются в сроки, установленные учебным планом. Работа выполняется студентом в течение учебного семестра, в соответствии с календарным графиком.

Процесс выполнения контрольной работы включает следующие этапы:

- подбор и изучение литературы по теме;
- написание контрольной работы;

Завершенная контрольная работа, оформленная должным образом, подписывается студентом на титульном листе и сдается для проверки в методический кабинет факультета заочного обучения не позднее, чем за 2 недели до сдачи зачата или экзамена.

Зачет по контрольной работе является обязательным условием допуска к экзамену или зачету.

II. Структура и содержание работы

Требования к содержанию контрольной работы

За все сведения, изложенные в контрольной работе, и за правильность всех данных ответственность несет студент - автор работы.

Структура контрольной работы содержит следующие обязательные элементы:

титульный лист;

основная часть;

библиографический список;

приложение(я) (при необходимости).

Титульный лист является первой страницей контрольной работы и оформляется по установленной форме (Приложение 1). Титульный лист не нумеруется. На первой странице основного теста ставится номер 2.

Содержание **основной части** работы должно включать 10 задач и тестовые задания из 10 вопросов.

Ксерокопии к рецензированию не допускаются.

Все страницы работы должны быть пронумерованы.

В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту.

Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не зачитываются.

Решения задач надо располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

Перед решением каждой задачи надо выписать полностью условие.

Решения задач следует излагать подробно, аккуратно, сопровождая формулами, промежуточными вычислениями, выполняя необходимые чертежи. Формулы набираются в редакторе формул.

Ответы на тестовые задания записываются в таблицу на отдельной странице контрольной работы. Например, рис. 1

Ответы на тест

N вопроса	Ответ
1.	A
2.	B
3.	B
4.	A
5.	D
6.	C
7.	C
8.	C
9.	A
10.	A

Рис. 1

В конце работы следует указать использованную литературу.

Библиографический список включает изученные и использованные в контрольной работе источники. Библиографический список свидетельствует о степени изученности проблемы и сформированности у студента навыков самостоятельной работы.

В приложения включаются связанные с выполненной контрольной работой материалы, которые по каким-либо причинам не могут быть внесены в основную часть: справочные материалы, таблицы, схемы.

III. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работа должна быть выполнена в печатном варианте в виде текста, подготовленного на персональном компьютере с помощью текстового редактора и отпечатанного на принтере на листах формата А4 с одной стороны. Текст на листе должен иметь книжную ориентацию, альбомная ориентация допускается только для таблиц и схем приложений. Основной цвет шрифта - черный.

Параметры страницы

Размер бумаги – А4 (297х210 мм).

Ориентация страницы – книжная.

Левое поле – 3 см.

Верхнее поле – 2 см.

Правое поле – 1,5 см.

Нижнее поле – 2 см.

Формат шрифта

Шрифт – TimesNewRoman.

Размер шрифта – 14 пт.

Масштаб шрифта – 100%.

Интервал – обычный.

Формат абзаца

Выравнивание – по ширине.

Отступ слева – 0 см.

Отступ справа – 0 см.

Отступ первой строки – 1,25 см (пять знаков).

Межстрочный интервал – 1,5.

Интервал перед и после каждого абзаца – 0 пт.

Страницы нумеруются арабскими цифрами с соблюдением сквозной нумерации по всему тексту (нумерация страниц - автоматическая). Номер страницы проставляется в центре нижней части листа без точки. В общую нумерацию включают титульный лист, план работы, но номер страницы на них не проставляют. Таким образом, работа начинается с 3-й страницы. Приложения включаются в общую нумерацию страниц.

Цифровой (графический) материал (далее - материалы), как правило, оформляется в виде таблиц, графиков, диаграмм, иллюстраций и имеет по тексту отдельную сквозную нумерацию для каждого вида материала, выполненную арабскими цифрами.

ВНИМАНИЕ! Контрольная работа может быть написана вручную на листах формата А4 аккуратно со всеми текущими выкладками и формулами, с соблюдением требований, предъявляемым к полям и нумерации страниц.

Количество строк на странице от 28 до 33.

Правила оформления таблиц

Таблицы применяют для наглядности результатов расчета. Таблица представляет собой способ подачи информации в виде перечня сведений, числовых данных, приведенных в определенную систему и разнесенных по графам (колонкам).

Таблицу, в зависимости от ее размера, помещают под текстом, в котором впервые дана ссылка на нее, или на следующей странице, а при необходимости, в приложении к документу. Таблица на другую страницу не переносится! Так как таблица иллюстрирует решение задачи, то название таблицы не требуется. Достаточно указать номер, если таблиц несколько и они размещены вне текста решения задачи (рис. 2).

Таблица 1

x_i	p_i	$x_i p_i$	X_i-μ	$(X_i$-$\mu)^2$	$(X_i$-$\mu)^2\ p_i$
2	0,05	0,1	-6,1	37,21	1,8605
4	0,15	0,6	-4,1	16,81	2,5215
6	0,1	0,6	-2,1	4,41	0,441
8	0,3	2,4	-0,1	0,01	0,003
10	0,2	2	1,9	3,61	0,722
12	0,2	2,4	3,9	15,21	3,042
		8,1			8,59

Рис.2

Правила оформления графического материала

К графическому материалу относят диаграммы, графики, необходимые для иллюстрации решения. Следует соблюдать соответствие графического материала тексту работы. Разрешается выполнять иллюстрации в любых цветах на цветном принтере, обеспечивающем высокое качество печати.

Иллюстрации могут быть расположены как по тексту документа (возможно ближе к соответствующим частям текста). Иллюстрации, за исключением иллюстраций приложений, следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией (например, «Рис. 1»).

Допускается нумерация графического материала в пределах раздела. В этом случае номер рисунка состоит из номера раздела и порядкового номера рисунка, которые разделяют точкой.

Правила написания буквенных аббревиатур

В контрольной работе используются только общепринятые сокращения и аббревиатуры. В тексте работы могут быть использованы также вводимые автором буквенные аббревиатуры, сокращённо обозначающие какие-либо понятия из соответствующих областей знания. При этом первое упоминание таких аббревиатур указывается в круглых скобках после полного наименования, в дальнейшем они употребляются в тексте без расшифровки.

Правила оформления приложений

В приложениях помещается материал, дополняющий контрольную работу и носящий вспомогательный характер. Приложениями могут быть, например, графический материал, таблицы большого формата, расчеты, описания алгоритмов и т.д. Приложение оформляют как продолжение данного документа на последующих его листах или выпускают в виде самостоятельного документа. В тексте документа на все приложения должны быть даны ссылки.

Каждое приложение следует начинать с новой страницы с указанием наверху посередине страницы слова «Приложение» и его обозначения. Приложение должно иметь заголовок, который записывают симметрично относительно текста с первой прописной буквы отдельной строкой и выделяют полужирным шрифтом.

Приложения оформляются на отдельных листах, причем каждое из них должно иметь свой тематический заголовок и в правом верхнем углу страницы надпись «Приложение» с указанием его порядкового номера арабскими цифрами (например: Приложение 1, Приложение 2 и т.д.) Если в работе есть приложения, то на них дают ссылку в основном тексте работы.

Приложения, как правило, выполняют на листах формата А4. Допускается оформлять приложения на листах формата А3, А4×3, А4×4, А2 и А1 по ГОСТ 2.301.

Правила оформления библиографического списка

Библиографический список должен быть выполнен в соответствии с ГОСТ 7.82.2001 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления» и правилами библиографического описания документов ГОСТ 7.1-2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание».

Рекомендуется представлять единый список литературы к работе в целом. Список обязательно должен быть пронумерован. Каждый источник упоминается в списке один раз, вне зависимости от того, как часто на него делается ссылка в тексте работы.

Наиболее удобным является алфавитное расположение материала, так как в этом случае произведения собираются в авторских комплексах. Произведения одного автора расставляются в списке по алфавиту заглавий или по мере издания.

Примеры библиографического описания документов (ГОСТ 7.1-2003)

1. Нормативно-правовые документы:

1. Конституция (Основной закон) Российской Федерации [Текст]: офиц. текст. – М.: Маркетинг, 2001. – 39 с.
2. Российская Федерация. Законы. О воинской обязанности и военной службе [Текст]: федер. закон: [принят Гос. Думой 6 марта 1998 г.: одобр. Советом Федерации 12 марта 1998 г.]. – [4-е изд.]. – М.: Ось-89, 2001. – 46 с.
3. Гражданский процессуальный кодекс РСФСР [Текст]: [принят третьей сес. Верхов. Совета РСФСР шестого созыва 11 июня 1964 г.]: офиц. текст: по состоянию на 15 нояб. 2001 г. / М-во юстиции Рос. Федерации. – М.: Маркетинг, 2001. – 159 с.

2. Учебники и учебные пособия:

Книга с одним автором

Балабанов, И.Т. Валютные операции [Текст] / И.Т. Балабанов. – М.: Финансы и статистика, 1993. – 144 с.

Книга с двумя авторами

Азикова, С.Г. Структурообразующие факторы устойчивого развития региональной экономики [Текст] / С.Г. Азикова, О.Л. Таран. – Нальчик: Полиграфсервис и Т, 2004. – 180 с.

Книга с тремя авторами

Бутов, В.И. Основы региональной экономики [Текст] / В.И. Бутов, В.Г. Игнатов, Н.П. Кетова. – Ростов-н/Д: Март, 2000. – 448 с.

Книга с пятью авторами и более

История России [Текст]: учеб. пособие для студентов всех специальностей / В. Н. Быков [и др.]; отв. ред В. Н. Сухов; М-во образования Рос. Федерации, С.-Петерб. гос. лесотехн. акад. – 2-е изд., перераб. и доп. / при участии Т. А. Суховой. – СПб. : СПбЛТА, 2001. – 231 с.

Сборник

Малый бизнес: перспективы развития [Текст]: сб. ст. / под ред. В.С. Ажаева. – М. : ИНИОН, 1991. – 147 с.

Диссертации

Таран, О.Л. Теория и методология оценки асимметрии и пространственной поляризации развития региональных социально-экономических систем [Текст]: дис. … д-ра. экон. наук: 08.00.05: защищена 04.03.09: утв. 26.06.09 / Таран Олег Леонидович. – Ставрополь, 2009. – 370 с.

Автореферат диссертации

Еременко, В.И. Юридическая работа в условиях рыночной экономики [Текст]: автореф. дис. ... канд. юрид. наук: защищена 12.02.2000: утв. 24.06.2000 / В.И. Еременко. – Барнаул: Изд-во ААЭП, 2000. – 20 с.

Из сборника

Андреев, А.А. Определяющие элементы организации научно-исследовательской работы [Текст] / А.А. Андреев, М.Л. Закиров, Г.Н. Кузьмин // Тез. докл. межвуз. конф. Барнаул, 14–16 апр. 1997 г. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 1997. – С. 21–32.

Из словаря

Художник к кино [Текст] // Энциклопедический словарь нового зрителя. – М. : [Искусство], 1999. – С. 377–381.

3. Периодические издания

Из журнала

Гудков, В.А. Исследование молекулярной и надмолекулярной структуры ряда жидкокристаллических полимеров [Текст] / В.А. Гудков // Журн. структур. химии. – 1991. – Т. 32. – №4. – С. 86–91.

Из газеты

Горн, Р. Скауты вышли из подполья [Текст] / Р. Горн // Учит. газ. – 1991. – №38. – С. 9.

4. Электронные ресурсы

Электронный ресурс локального доступа (CD)

Описание электронного ресурса в области «Автор» и «Сведения об ответственности» осуществляется по правилам описания книжного издания. Обозначение материала приводят сразу после заглавия в квадратных скобках: [Электронный ресурс]. Пример:

Даль, Владимир Иванович. Толковый словарь живого великорусского языка Владимира Даля [Электронный ресурс]: подгот. по 2-му печ. изд. 1880-1882 гг. – Электрон. дан. – М. : АСТ, 1998. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) – (Электронная книга).

Электронное учебное пособие из локальной сети

Заикин Д. А., Овчинкин В. А., Прут Э. В. Сборник задач по общему курсу физики [Электронный ресурс] / Том. политехн. ун-т. Томск, 2005. Загл. с тит. экрана. Электрон. версия печ. публикации. Доступ из корпоративной сети ТПУ. - Систем. требования: Adobe Reader. URL: http://www.lib.tpu.ru/fulltext2/m/2005/mk4.pdf (дата обращения: 01.04.2011).

Сайт

Национальный исследовательский Томский политехнический университет [Электронный ресурс]: офиц. сайт. Томск, 2002. URL: http://www.tpu.ru (дата обращения: 17.03.2011).

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Аттестация по контрольной работе производится в виде её защиты. Защита контрольной работы имеет целью проверить качество самостоятельной работы студента над темой и его способности к творческой деятельности. Защита контрольной работы состоит из ответов на поставленные преподавателем вопросы. В процессе беседы со студентом выясняется его теоретическая подготовка по данной теме (вопросу), знание основной литературы, умение автора излагать и обосновывать результаты своего исследования. Решение об оценке контрольной работы принимается по результатам анализа предъявленной контрольной работы, доклада студента и его ответов на вопросы.

Студент, успешно защитивший контрольную работу, допускается к сдаче зачёта и (или) экзамена. Преподавателю предоставляется право принятия зачёта в виде контрольной работы на практическом занятии. Контрольная работа оценивается преподавателем отметками «зачтено» или «не зачтено». Критерии оценки знаний обучающихся:

Оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся знает программный материал, правильно решил задачи и имеет 60 % правильных ответов на тестовые задания.

Оценка «незачтено» выставляется, если пропущено решение хотя бы одной задачи и/или неверно выполнено 20% (2 из 10 задач) и более заданий и/или количество верных ответов в тестовых заданиях меньше 60%. Контрольная работа может быть незачтена, если в решениях задач отсутствуют необходимые формулы и объяснения.

Вариант контрольной работы:

Вариант 1

1. Из скольких различных предметов можно составить 210 размещений по 2 элемента в каждом?

2. В группе 15 студентов. Из них один студент имеет неудовлетворительную оценку по математике. По списку наудачу отобраны 5 студентов. Какова вероятность того, что среди отобранных студентов окажется студент с неудовлетворительной оценкой по математике?

3. В аптечном складе на входной двери и на окне установлено по одному датчику охранной сигнализации. Из-за сильной грозы эти датчики иногда срабатывают и вызывают, в свою очередь, срабатывание сигнализации. Вероятность срабатывания при этом датчика на двери равна 0,1, а на окне - 0,2. Найти вероятность того, что во время грозы сработает только один датчик?

4.Партия импортного товара проверяется тремя независимыми лабораториями. В случае отрицательного заключения о качестве товара, полученного хотя бы от одной лаборатории, вся партия товара бракуется. Какова вероятность того, что будет пропущен товар плохого качества, если вероятности пропустить брак для первой, второй и третьей лабораторий составляют соответственно 0,1 0,15 и 0,12?

5. В коробку, где находятся 5 стержней для авторучек, представляющих собой остатки от продажи синих, голубых и фиолетовых стержней помещается 30 синих стержней. После этого содержимое коробки тщательно перемешивается. Какова вероятность того, что первый проданный наугад из этой коробки стержень окажется синим, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе стержней?

6. Какова вероятность того, что в партии таблеток, насчитывающей 10000 штук, не боле 20 окажутся нестандартными, если вероятность того, что отдельная таблетка окажется нестандартной, составляет 0,0012?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	0	1	2	3	4	5	6
p_i	0,03	0,06	0,11	0,17	0,23	0,22	0,18

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 24 и 2. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]20; 23[?

б)меньшие 20?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=13:

варианта x_i	-1,5	-1,2	-0,8	-0,4	0	0,5	0,9	1,3	1,8
частота m_i	1	2	2	1	1	1	2	2	1

Оценить с надёжностью 0,95 математическое ожидание нормально распределённого признака X генеральной совокупности при помощи доверительного интервала.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	13,5	9	13,5	7	14	13	7,5	11	8,5	12
У	42,4	40,8	46	42,4	42,4	43,4	48,6	47,4	40,6	40

ТЕСТ	1
Вопрос №1	

Какое событие является невозможным событием?

a) Событие, которое либо осуществиться в результате испытания, либо нет.

b) Все события, которые произошли в результате испытания.

c) Всякий результат испытания.

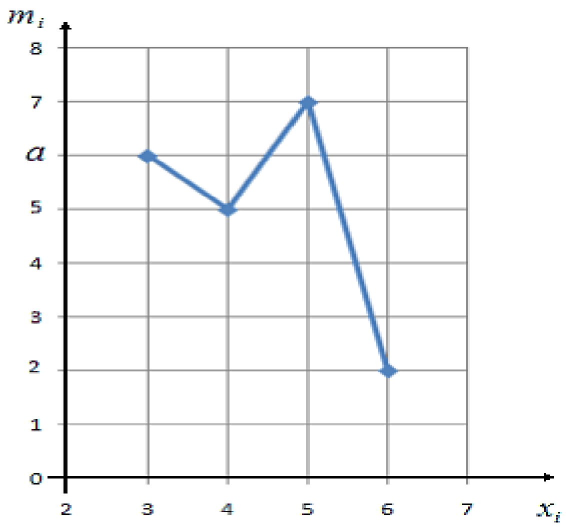
d) Событие, которое обязательно осуществится в результате испытания.

e) Событие, которое не может осуществиться в результате испытания.

Вопрос №2

На графике представлен полигон частот статистического дискретного ряда распределения. Определите параметр *a*, если объем

выборки *n=20*



a) 5

b) 2

c) 40

d) 6

e) 11

Вопрос №3

В корзине лежит 10 шаров: 5 красных, 2 синих и 3 зеленых. Найти вероятность того, что первый наудачу извлеченный шар – белый.

a) 2

b) 0

c) $\frac{1}{2}$

d) -1

e) 1

Вопрос №4

Какое событие является случайным событием?

a) Событие, которое никогда не может осуществиться в результате испытания.

b) Событие, которое либо осуществится, либо не осуществится в результате испытания.

c) События, которые не произойдут в результате испытания.

d) Событие, которое обязательно осуществится в результате испытания.

e) Частота испытания.

Вопрос №5

Элементарными событиями (исходами) называют

a) События, образующие полную группу событий

b) События, образующие полную группу попарно несовместных равновозможных событий

c) События, когда появление одного из них исключает появление других событий

События, которые имеют возможность одновременного

d) осуществления

Вопрос №6

Чему равна сумма вероятностей полной группы событий?

a) 2.

b) 1.

c) $0<p<1$.

d) 0.

Вопрос №7

Вероятностный смысл математического ожидания заключается в том, что

a) математическое ожидание приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

b) математическое ожидание приближенно равно вероятности распределения.

c) математическое ожидание приближенно равно сумме вероятностей распределения.

d) математическое ожидание приближенно равно сумме наблюдаемых значений случайной величины.

Вопрос №8

Значения функции распределения принадлежат …

прямой $y=1$.

a)

отрезку ***[0, 1].***

b)

прямой $y=0$.

c)

интервалу *(a,b)*

d)

Вопрос №9

Дисперсия выборки вычисляется по формуле:

a) $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 m_i$

b) $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

c) $D_B(X) \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 m_i$

Вопрос №10

Интервальной оценкой величины $\boldsymbol{x}$ является доверительный интервал $(\bar{x} - \Delta\bar{x}, \bar{x} + \Delta\bar{x})$, в который попадает

a)

оценка средней квадратической погрешности.

b)

вероятность распределения.

c)

истинное значение с заданной доверительной вероятностью.

Вариант 2

1. В группе 15 студентов. Из них нужно избрать 4 делегата на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?

2. В аптеке работают 4 мужчины и 12 женщин. По табельным номерам наудачу отобраны 8 человек. Какова вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 мужчины?

3. При подготовке к соревнованиям баскетболист проводит серию тренировочных бросков с вероятностью попадания мяча в корзину при единичном броске, равной 0,9. Сколько бросков необходимо произвести, чтобы с вероятностью, меньшей чем 0,2, можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?

4. Вероятность хотя бы одного попадания в летящую цель из скорострельной зенитной пушки равна 0,95. Какое количество выстрелов для этого нужно произвести, если вероятность попадания при единичном выстреле составляет 0,01?

5. При выполнении лабораторной работы по микробиологии на выращенную культуру бактерий можно воздействовать одним из четырёх предлагаемых антибиотиков. Вероятности того, что первый, второй, третий и четвёртый антибиотики уничтожат культуру бактерий соответственно равны 40%, 60%, 88% и 96%. Какова вероятность того, что выбранный наугад антибиотик уничтожит культуру бактерий?

6. Какова вероятность того, что при печатании текста, насчитывающего 2400 знаков, машинистка сделает ровно 3 опечатки, если вероятность совершить опечатку при печатании одного знака равна 0,002?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	1,5	3,2	5,1	7,4	8,9	10,5
p_i	0,05	0,09	0,15	0,21	0,29	0,21

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 20 и 5. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]15;2 5[?

б)большие 25?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=13:

варианта x_i	35	36	38	42	45	49	53	55
частота m_i	1	2	2	1	2	1	2	2

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) выборочную дисперсию;

в) несмещённую оценку дисперсии;

г) исправленное среднее квадратическое отклонение.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	13	9	13,5	7	14	13	7,5	11	8,5
У	35,5	40,8	36	50	36,2	35	48,6	47	40,6

ТЕСТ	2

Вопрос №1

Чему равна вероятность невозможного события?

(a) 2

(b) -1

(c) 0

(d) -5

(e) 1

Вопрос №2

Дисперсия дискретной случайной величины равна $D(X) = 0{,}01$ **.**
Найдите среднее квадратическое отклонение □.

(a) 1,2

(b) -1,3

(c) 0,05

(d) 0,9

(e) 0,1

Вопрос №3

Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной распределением:

x_i	2	4
p_i	0,5	0,5

(a) 0,1

(b) 4,5

(c) 3

(d) 6,3

(e) 11

Вопрос №4

Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной распределением:

x_i	0	1
p_i	0,5	0,5

(a) 6,3

(b) 4,5

(c) 0,1

(d) 11

(e) 0,5

Вопрос №5

Какие события называются противоположными событиями?

(a) Два любых несовместных события из полной группы событий.

(b) Два события, которые одновременно осуществляются в результате испытания.

(c) Совокупность событий испытания.

(d) Два несовместных события, образующих полную группу событий.

Вопрос №6

Пять событий образуют полную группу. Вероятности событий равны. Какова вероятность события из этой группы?

(a) 0,5

(b) 0,25

(c) 1.

(d) 0,2.

Вопрос №7

Дисперсия характеризует

(a) среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

(b) степень разброса значений около математического ожидания.

(c) значения случайной величины, отклоняющиеся от математического ожидания в пределах нормы.

(d) математическое ожидание квадратов отклонений.

Вопрос №8

Вероятность того, что случайная величина **X**, заданная функцией распределения ***F(x)***, примет значение, заключенное в интервале ***(a, b)***, равна

(a) ***F(x)=0*** при ***x□□a*** ; ***F(x)=1*** при ***x>□b***

(b) нулю

(c) приращению функции распределения на этом интервале: ***P(a □□X<b)=F(b) – F(a)***

(d) $P(X<x_2) = P(X<x_1) + P(x_1 \leq X<x_2)$

Вопрос №9

Множество объектов, случайно отобранных из генеральной совокупности, называется…

(a) отбором

(b) таблицей

(c) подсчетом значений.

(d) выборочной совокупностью или выборкой.

Вопрос №10

Если $\boldsymbol{x}$ – измеренное значение величины $\boldsymbol{a}$, то $\frac{|a-x|}{a}$ называется

(a) предельной абсолютной погрешностью.

(b) средним арифметическим.

(c) истинной абсолютной погрешностью $\boldsymbol{x}$.

(d) истинной относительной погрешностью $\boldsymbol{x}$.

Вариант 3

1. Найти n, если $A_n^5 = 18 \cdot A_{n-2}^4$

2. В корзине находятся 12 шаров, пронумерованных от1 до 12. Наудачу извлечено 4 шара. Какова вероятность того, что среди этих шаров есть номера 5 и 6?

3. Центральная городская аптека закреплена за тремя больницами. Вероятность того, что в течение рабочего дня придётся отпустить медикаменты первой больнице равна 0,6, второй больнице - 0,2, третьей - 0,4. Какова вероятность того, что в течение рабочего дня придётся отпустить медикаменты всем трём больницам?

4. Вероятность срабатывания взрывателя радиоуправляемой мины от 5 радиоимпульсов составляет 0,999. Какова вероятность срабатывания взрывателя от одного радиоимпульса?

5. К монтажнице, обслуживающей одну из операций на конвейерной сборке аппарата электроимпульсного массажа одновременно поступают транзисторы с трёх заводов радиодеталей. Известно, что 60% транзисторов изготовляется первым заводом , 30% - вторым заводом и 10% - третьим. Процент брака среди транзисторов, выпускаемых первым, вторым и третьим заводами соответственно составляет 2%, 3% и 4%. Какова вероятность того, что наугад взятый транзистор будет бракованным?

6. Какова вероятность того, что за 18 часов работы в центральном процессоре ЭВМ произойдёт не более трёх сбоев, если вероятность сбоя в течение каждого часа работы составляет 0,05?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	0,5	1,0	1,7	2,0	2,4	2,8
p_i	0,1	0,15	0,2	0,22	0,18	0,15

8. При розливе витаминизированного сиропа в бутылки объём сиропа считается стандартным, если отклонение расхода сиропа, заливаемого в бутылки, от проектного объёма не превышает по абсолютной величине 2 см^3. Считая, что отклонение расхода сиропа подчинено нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением =0,5 см^3 определить сколько в среднем бутылок из партии 500 штук будут иметь нестандартный объём сиропа?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=25:

варианта x_i	-20	-13	-8	-4	-1	5	12	16	22
частота m_i	1	2	3	4	5	4	3	2	1

Найти доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с надёжностью =0,999 в предположении, что случайная величина X имеет нормальное распределение.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	10,5	8	14	7,5	7,5	9,5	14	12	9
У	50,2	41	46	43,2	46,2	45,8	44,2	49,2	49,2

ТЕСТ	**3**

Вопрос №1

Относительная частота всходов семян злаковых равна 0,95. Сколько было посажено семян, если из посеянных семян взошло 95?

(a) 28

(b) 200

(c) 100

(d) 19

(e) 80

Вопрос №2

Чему равно среднее арифметическое случайной величины, значения которой получены по результатам эксперимента

x_i	6	7	8
m_i	2	3	2

(a) 9,4

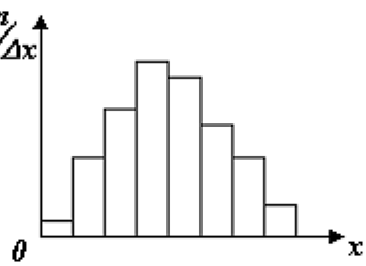
(b) 16,3

(c) 7

(d) 3

(e) 10

Вопрос №3



Фигура, изображенная на рисунке называется

(a) графиком распределения случайной величины

(b) кривой Гаусса

(c) графиком функции распределения

(d) гистограммой

(e) графиком плотности вероятности типичных распределений

Вопрос №4

Значение среднего арифметического по результатам наблюдений равно $\bar{x} = 9$, укажите интервал, в который попадет истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью:

(a) $[5; \quad 6]$

(b) $[10; \quad 11]$

(c) $[8{,}5; \quad 9{,}5]$

(d) $[7{,}8; \quad 8{,}7]$

(e) $[7{,}5; \quad 8]$

Вопрос №5

Чему равна вероятность невозможного события?

(a) $0<p<1$.

(b) $p=1$.

(c) $p=2$.

(d) $p=0$.

Вопрос №6

Чему равна сумма вероятностей полной группы событий?

(a) $0<p<1$.

(b) 0.

(c) 1.

(d) 2.

Вопрос №7

Вероятностный смысл математического ожидания заключается в том, что

(a) математическое ожидание приближенно равно сумме наблюдаемых значений случайной величины.

(b) математическое ожидание приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

(c) математическое ожидание приближенно равно вероятности распределения.

(d) математическое ожидание приближенно равно сумме вероятностей распределения.

Вопрос №8

Значения функции распределения принадлежат …

(a) отрезку ***[0, 1].***

(b) прямой $y=1$.

(c) интервалу *(a,b)*

(d) прямой $y=0$.

Вопрос №9

Несмещенная оценка дисперсии в случае, если статистические данные

представлены в виде ряда: x_i: x_1; x_2; ... x_n **вычисляют по формуле**:

(a) $D(X) = \sum_{i=1}^{k} (x_i - M(X))^2 p_i$

(b) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

(c) $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i m_i$

(d) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 m_i$

Вопрос №10

Абсолютная погрешность среднего арифметического независимых измерений вычисляется по формуле:

(a) $\Delta z = |z'_x \Delta x| - |z'_y \Delta y|$.

(b) $E\% = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} 100\%$.

(c) $\Delta\bar{x} = t_\gamma(f) S_{\bar{x}}$.

(d) $\Delta y = |y'_x / \Delta x|$.

Вариант 4

1. Выписать все перестановки из элементов x_1, x_2, x_3.

2. Из корзины, в которую положено 10 белых и 20 чёрных шаров, вынимают наугад 4 шара. Какова вероятность того, что будет вынуто 2 белых и 2 чёрных шара?

3. В вычислительном центре установлены две ЭВМ. Вероятность сбоя

1-й ЭВМ за смену составляет 0,1, а 2-й ЭВМ - 0,15. Найти вероятность того, что за смену в вычислительном центре будет зафиксирован только один сбой, если обе ЭВМ одновременно включаются в начале смены и одновременно выключаются в конце смены.

4. В цехе установлено 5 датчиков предельно допустимой концентрации пыли в воздухе, каждый из которых может включать систему сигнализации. Вероятность срабатывания первого датчика равна 0,8, второго - 0,9, третьего - 0,85, четвёртого - 0,7, пятого - 0,75. Какова вероятность того, что по достижении предельно допустимой концентрации пыли сигнализация сработает?

5. Бригада контролёров из четырёх человек осуществляет сплошную проверку на стандартность одних и тех же изделий, поступающих из цеха на склад готовой продукции. Производительность первого контролёра на 20% выше, чем производительность второго, на 30% выше, чем производительность третьего и на 10% выше, чем производительность четвёртого. Вероятность того, что нестандартное изделие будет отправлено в брак для первого, второго, третьего и четвёртого контролеров соответственно составляет 0,95 0,98 0,85 и 0,92. Было проверено нестандартное изделие и не отправлено в брак. Какова вероятность того, что это изделие проверил третий контролер?

6. В заводских цехах используется 2500 ламп дневного света. Вероятность перегорания лампы в течение суток составляет 0,003. Какова вероятность того, что в цехах в течении суток перегорит не более 12 ламп?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, заданной функцией распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 0 \\ \sqrt[5]{x} & при \quad 0 < x \le 1 \\ 1 & при \quad x > 1 \end{cases}$$

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием =25 и средним квадратическим отклонением

 =2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9 попадёт величина X.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=10:

варианта x_i	-4,7	-4,5	-4,2	-3,9	-3,4	-3,0	-2,6
частота m_i	1	2	2	2	1	1	1

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) выборочную дисперсию;

в) исправленное среднее квадратическое отклонение;

г) оценку среднего квадратического отклонения выборочной средней.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на Х, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

Х	10,5	8	14	7,5	7,5	9,5	14	12	9	11,5
У	46,6	49,4	43,6	45,8	49	41,6	40,2	40	48,2	43,8

Вариант:	4

Вопрос №1

Дисперсия дискретной случайной величины равна $D(X) = 0,81$ **.**
Найдите среднее квадратическое отклонение .

(a) -1,3

(b) 1,2

(c) 0

(d) 0,9

(e) 0,3

Вопрос №2

Кубик подбросили один раз. Найти вероятность появления шести очков на грани кубика

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{5}{6}$

(d) 5

(e) $-\frac{1}{3}$

Вопрос №3

Относительная частота попадания в цель при стрельбе по мишени равна 0,85. Сколько было проведено выстрелов, если цели достигли 85 выстрелов?

(a) 100

(b) 19

(c) 200

(d) 80

(e) 28

Вопрос №4

Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной распределением:

x_i	5	6
p_i	0,4	0,6

(a) 5,6

(b) 6,3

(c) 11

(d) 0,1

(e) 4,5

Вопрос №5

Чему равна вероятность случайного события?

(a) p=1

(b) 0<p<1

(c) p=0

(d) p=-1

Вопрос №6

События *A, B, C* и *D* образуют полную группу событий с одинаковыми вероятностями. Чему равна вероятность каждого из этих событий?

(a) 0,25

(b) 1.

(c) 0,2

(d) 0,5

Вопрос №7

Значения случайной величины, отклоняющиеся от математического ожидания в пределах нормы, удовлетворяют неравенству:

(a) $|x_i - M| \geq \sigma$

(b) $|x_i - M| \leq \sigma$

(c) $|x_i - \sigma| \leq M$

(d) $|x_i - M| \leq D$

Вопрос №8

Функцией *распределения* случайной величины *X* называется

(a) прямая $y = 1$.

(b) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$.

(c) функция ***f(x)*** – первая производная от функции распределения *:* $f(x) = F'(x)$.

(d) функция ***F(x),*** равная вероятности ***P(X<x)*** того, что случайная величина приняла значение, меньшее ***x***, т.е. $F(x) = P(X < x)$.

Вопрос №9

Таблица, содержащая частичные интервалы и их частоты или относительные частоты, называется

(a) статистическим интервальным рядом распределения

(b) гистограммой

(c) статистическим дискретным рядом распределения

(d) вариационным рядом

Вопрос №10

Если $\boldsymbol{x}$ – измеренное значение величины $\boldsymbol{a}$, то $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{x}|$ называется

(a) истинной относительной погрешностью $\boldsymbol{x}$.

(b) предельной абсолютной погрешностью.

(c) истинной абсолютной погрешностью $\boldsymbol{x}$.

(d) средним арифметическим.

Вариант 5

1. Сколькими возможными способами можно распределить между 10 студентами две путёвки в различные дома отдыха?

2. Партия из 20 колб имеет одну нестандартную. Какова вероятность того, что при случайной выборке 8 колб из этой партии все они будут стандартными?

3. В группе 15 студентов. Трое из них имеют задолженности по различным предметам. Какова вероятность того, что 2 наудачу взятых студента не имеют задолженностей ни по одному из предметов.

4. Для допуска к экзаменационной сессии студенту необходимо сдать 7 зачётов. Несдача хотя бы одного из зачётов влечёт за собой недопуск к

сессии. Вероятность сдачи первого зачёта равна 0,95, второго зачёта - 0,93, третьего -0,92, четвёртого - 0,97, пятого 0,98, шестого - 0,99, седьмого - 0,94. Какова вероятность того, что студент не будет допущен к сессии?

5. Батарея из пяти орудий произвела залп и 4 снаряда попали в цель. Какова вероятность того, что в цель попали снаряды, выпушенные из первого, третьего и пятого орудий, если вероятности попадания в цель первым, вторым, третьим, четвёртым и пятым орудиями по отдельности соответственно равны $p_1=0{,}8$ $p_2=0{,}85$ $p_3=0{,}9$ $p_4=0{,}75$ $p_5=0{,}7$?

6. Вероятность всхожести семян тыквы для определённого вида почвы составляет 0,9. Какова вероятность того, что из 300 посаженных семян взойдут не менее 265?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, заданной функцией распределения.

$$F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0\\ \sqrt[3]{x} & при \quad 0<x\le 1\\ 1 & при \quad x>1\end{cases}$$

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 5и 3. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале(0,2)?

б)большие, чем 3

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=15:

варианта x_i	0,5	1,5	2,0	2,6	3,0	3,4	3,8	4,3	4,8
частота m_i	2	2	2	1	1	1	2	2	2

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) несмещённую оценку дисперсии;

в) исправленное среднее квадратическое отклонение;

г) оценку среднего квадратического отклонения выборочной средней.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на Х, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	10,5	8	10	7,5	7,5	9,5	14	12	9
У	48	42	41,8	41,8	41,6	48	48,8	49,8	44,8

Вариант:	5

Вопрос №1

Относительная частота всходов семян злаковых равна 0,95. Сколько было посажено семян, если из посеянных семян взошло 95?

(a) 28

(b) 80

(c) 100

(d) 200

(e) 19

Вопрос №2

В корзине лежит 12 шаров из них 4 белых, 5 красных и 3 зеленых. Найти вероятность того, что первый наудачу извлеченный шар – белый.

(a) $\frac{1}{3}$

(b) 1

(c) 0,5

(d) -1

(e) 0

Вопрос №3

Вычислено среднее арифметическое по результатам наблюдений $\bar{x} = 8$, укажите интервал, в который попадет истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью:

(a) $[7{,}8; \quad 8]$

(b) $[9; \quad 10]$

(c) $[6{,}5; \quad 7]$

(d) $[5; \quad 6]$

(e) $[7{,}5; \quad 8{,}5]$

Вопрос №4

Значение среднего арифметического по результатам наблюдений равно $\bar{x} = 9$, укажите интервал, в который попадет истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью:

(a) $[5; \quad 6]$

(b) $[7{,}5; \quad 8]$

(c) $[7{,}8; \quad 8{,}7]$

(d) $[8{,}5; \quad 9{,}5]$

(e) $[10; \ 11]$

Вопрос №5

Чему равна вероятность невозможного события?

(a) 0<p<1.

(b) p=2.

(c) p=0.

(d) p=1.

Вопрос №6

Чему равна сумма вероятностей полной группы событий?

(a) 2.

(b) 0<p<1.

(c) 1.

(d) 0.

Вопрос №7

Вероятностный смысл математического ожидания заключается в том, что

(a) математическое ожидание приближенно равно сумме наблюдаемых значений случайной величины.

(b) математическое ожидание приближенно равно вероятности распределения.

(c) математическое ожидание приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины.

(d) математическое ожидание приближенно равно сумме вероятностей распределения.

Вопрос №8

Значения функции распределения принадлежат …

(a) отрезку ***[0, 1].***

(b) прямой $y = 0$.

(c) интервалу *(a,b)*

(d) прямой $y = 1$.

Вопрос №9

Несмещенная оценка дисперсии в случае, если статистические данные представлены в таблице:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
m_i	m_1	m_2	...	m_k

вычисляется по формуле:

(a) $D(X) = \sum_{i=1}^{k} (x_i - M(X))^2 p_i$

(b) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(c) $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} x_i m_i$

(d) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 m_i$

Вопрос №10

Абсолютная погрешность среднего арифметического независимых измерений вычисляется по формуле:

(a) $\Delta z = |z'_x \Delta x| - |z'_y \Delta y|$.

(b) $E\% = \frac{\Delta x}{x} 100\%$.

(c) $\Delta y = |y'_x / \Delta x|$.

(d) $\Delta \bar{x} = t_\gamma(f) S_{\bar{x}}$.

Вариант 6

1.Сколькими способами можно рассадить 4 человека в такси, если количество посадочных мест равно 4?

2. При проверке экспериментальной партии таблеток оказалось, что относительная частота брака примерно равна 0,08. Какое количество таблеток было проверено, если число бракованных таблеток составило 20 штук?

3. В магазин канцелярских товаров поступила партия карандашей в количестве 50 штук. В десяти карандашах при транспортировке лопнули грифели. Какова вероятность того, что при покупке трёх карандашей хотя бы в одном из них будет лопнувший грифель?

4. При проведении тренировочного прыжка с парашютом с самолёта прыгают 100 десантников. Из них 20 человек прослужили по полгода в армии, 50 человек по - году и 30 человек - по полтора года. Вероятность получения травмы при прыжке с парашютом для каждого из десантников со сроком службы полгода, год и полтора года составляет соответственно 0,05 0,03 и 0,02. Какова вероятность того, что хотя бы один десантник получит травму?

5. Три станка-автомата производят одни и те же изделия, которые поступают на общий конвейер. Общая доля производимых изделий для первого, второго и третьего станков-автоматов соответственно составляет 32%, 35% и 33%. Процент брака для первого, второго и третьего станков-автоматов соответственно составляет 2%, 1,5% и 1,8%. Наудачу взятое с конвейера изделие оказалось бракованным. Какова вероятность того, что это изделие произведено вторым станком-автоматом?

6. После проверки на стандартность из цеха на склад готовой продукции поступают детали. Какова вероятность того, что в партии из 1000 деталей, поступивших из цеха на склад готовой продукции, более четырёх деталей окажутся нестандартными, если после проверки вероятность того, что деталь будет нестандартной равна 0,005?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	10,1	10,8	11,6	12,5	13,6	14,8
p_i	0,12	0,15	0,19	0,23	0,17	0,14

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 30 и 3. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]24; 36[?

б)меньшие 24?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=16:

варианта x_i	10,1	10,2	10,3	10,4	10,5	10,6	10,7	10,8	10,9
частота m_i	1	1	2	2	3	2	2	2	1

Оценить с надёжностью 0,999 математическое ожидание □ нормально распределённого признака X генеральной совокупности при помощи доверительного интервала.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на Х, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	10	8	10	8,5	7,5	9,5	14	12	9	11,5
У	44,2	46,8	45,2	49,8	49	48,4	41,2	43	45,8	49

Вариант:	6

Вопрос №1

В результате испытаний было произведено 10 подбрасываний монеты, из них 5 раз появился «орел». Тогда относительная частота появления орла равна

(a) $P*(A)=0{,}54$

(b) $P*(A)=1$

(c) $P*(A)=0$

(d) $P*(A)=\frac{1}{2}$

(e) $P*(A)=\frac{2}{3}$

Вопрос №2

Какие события называются несовместными событиями?

(a) События, когда наступление одного из них влечет за собой наступление другого события в том же испытании.

(b) События, которые имеют возможность одновременного осуществления в одном испытании.

(c) События, которые не произойдут в результате испытания.

(d) События, когда появление одного из них исключает появление других событий в том же испытании

(e) Событие, которое не осуществляется в результате испытания.

Вопрос №3

Кубик подбросили один раз. Найти вероятность появления четного числа очков на грани кубика

(a) $\frac{5}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

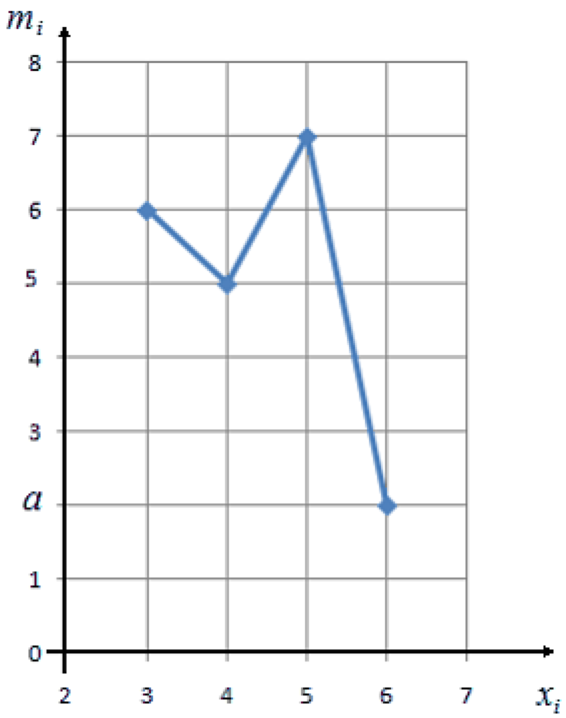
(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{2}$

(e) -1

Вопрос №4

На графике представлен полигон частот статистического дискретного ряда распределения. Определите параметр *a*, если объем выборки *n=20*



(a) 6

(b) 11

(c) 2

(d) 40

(e) 5

Вопрос №5

Какое событие является достоверным?

(a) Любое проведенное испытание

(b) Событие, которое обязательно осуществится в результате испытания.

(c) Событие, которое либо осуществиться в результате испытания, либо нет.

(d) Событие, которое не может осуществиться в результате испытания.

Вопрос №6

Если известно, что вероятность события *A* равна 0,2, то вероятность противоположного события равна:

(a) – 0,2.

(b) 1.

(c) 0,8.

(d) 0.

Вопрос №7

Дисперсию дискретной случайной величины вычисляют по формуле:

(a) $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 m_i$.

(b) $D(X) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - M(X))^2 p_i$.

(c) $D(X) = \sum_{i=1}^{n} x^2 p^2$.

(d) $D(X) = \int_a^b [x - M(X)]^2 dx$.

Вопрос №8

Если возможные значения случайной величины X, заданной функцией распределения *F(x)*, принадлежат интервалу *(a,b)*, то

(a) ***F(x)=-1*** при ***x* □*a* ; *F(x)=0*** при ***x* □□*b*** .

(b) ***F(x)=a*** при ***x*□*a* ; *F(x)=b*** при ***x*□*b*** .

(c) ***F(x)=2*** при ***x* □□*a* ; *F(x)=5*** при ***x*□□*b*** .

(d) ***F(x)=0*** при ***x□□a ; F(x)=1*** при ***x>b*** .

Вопрос №9

Оценка средней квадратической погрешности среднего арифметического в случае, если статистические данные представлены в таблице:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
m_i	m_1	m_2	...	m_k

вычисляется по формуле:

(a) $M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(b) $s_{\bar{x}}=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$

(c) $s_{\bar{x}}=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x})^2 m_i}{n(n-1)}}$

(d) $\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Вопрос №10

Интервальной оценкой величины ***x*** является доверительный интервал $(\bar{x}-\Delta\bar{x}, \bar{x}+\Delta\bar{x})$, в который попадает

(a) вероятность распределения.

(b) истинное значение с заданной доверительной вероятностью.

(c) оценка средней квадратической погрешности.

(d) $E\% = \dfrac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}100\%$.

Вариант 7

1. В группе 15 студентов. Из них нужно избрать 4 делегата на конференцию. Сколькими способами это можно сделать?

2. В корзине находятся 12 шаров, пронумерованных от1 до 12. Наудачу извлечено 4 шара. Какова вероятность того, что среди этих шаров есть номера 5 и 6?

3. У коменданта общежития имеется 100 лампочек, внешне ничем не отличающихся друг от друга, среди них 5 негодных. Какова вероятность того, что 3 наудачу отобранных лампочки окажутся годными?

4. Вероятность заражения желудочно-кишечными заболеваниями при однократном приёме внутрь 250 мл некипячёной речной воды составляет 0,1. Какова вероятность того, что из группы туристов, насчитывающей 6 человек, заболеет хотя бы один, если все они выпили по 250 мл некипячёной речной воды?

5. Бригада контролёров из четырёх человек осуществляет сплошную проверку на стандартность одних и тех же изделий, поступающих из цеха на склад готовой продукции. Производительность первого контролёра на 20% выше, чем производительность второго, на 30% выше, чем производительность третьего и на 10% выше, чем производительность четвёртого. Вероятность того, что нестандартное изделие будет отправлено в брак для первого, второго, третьего и четвёртого контролеров соответственно составляет 0,95 0,98 0,85 и 0,92. Было проверено нестандартное изделие и не отправлено в брак. Какова вероятность того, что это изделие проверил третий контролер?

6. Вероятность всхожести семян огурцов для определённого вида почвы составляет 0,4. Сколько семян огурцов необходимо посадить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было ожидать, что взойдёт не менее 100 семян?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, заданной функцией распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0 при x \le 0 \\ \sqrt[3]{x} при 0 < x \le 1 \\ 1 при x > 1 \end{cases}$$

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 30 и 3. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]24; 36[?

б)меньшие 24?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=17:

варианта x_i	0,5	0,8	1,2	1,5	1,9	2,2	2,6	2,9	3,4
частота m_i	1	1	2	2	3	3	2	2	1

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) выборочную дисперсию;

в) несмещённую оценку дисперсии;

г) исправленное среднее квадратическое отклонение.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	10	8	10	8,5	7,5	9,5	14	12	13	11,5
У	49,2	46	43,8	47	50,2	45	40,4	40,6	41,4	40,2

Вариант:	7

Вопрос №1

Получены измерения коэффициента пропускания вещества N. Чему равно среднее арифметическое случайной величины, значения которой получены по результатам эксперимента

x_i	22	23	24
m_i	2	3	2

(a) 23

(b) 0,3

(c) 44

(d) 3

(e) 10

Вопрос №2

В урне 20 шаров с номерами от 1 до 20. Какова вероятность вынуть шар с номером 45?

(a) $\frac{1}{3}$

(b) 1

(c) -1

(d) 0

(e) 0,5

Вопрос №3

Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной распределением:

x_i	0	1

p_i	0,5	0,5

(a) 0,5

(b) 6,3

(c) 0,1

(d) 11

(e) 4,5

Вопрос №4

Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины вычисляется по формуле

(a) $D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2$

(b) $M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(c) $M(X) = 0$

(d) $\sigma = \sqrt{D(X)}$

Вопрос №5

Чему равна вероятность случайного события?

(a) p=-1

(b) p=1

(c) $0<p<1$

(d) $p=0$

Вопрос №6

Вероятности попарно несовместных событий А, В и С равны 0,3; 0,4 и 0,1 соответственно. Чему равна вероятность появления одного из этих событий?

(a) 0,1

(b) 1

(c) 0,2

(d) 0,8

Вопрос №7

Значения случайной величины, отклоняющиеся от математического ожидания в пределах нормы, удовлетворяют неравенству:

(a) $|x_i - M| \le \sigma$

(b) $|x_i - \sigma| \le M$

(c) $|x_i - M| \le D$

(d) $|x_i - M| \ge \sigma$

Вопрос №8

Функцией *распределения* случайной величины *X* называется

(a) функция ***f(x)*** – первая производная от функции распределения *:* $f(x) = F'(x)$.

(b) функция ***F(x),*** равная вероятности ***P(X<x)*** того, что случайная ве личина приняла значение, меньшее x , т.е. $F(x) = P(X < x)$.

(c) прямая $y = 1$.

(d) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$.

Вопрос №9

Совокупность, состоящая из всех объектов, которые могут быть к ней отнесены, называется…

(a) общей

(b) генеральной.

(c) основной

(d) простой

Вопрос №10

Если ***x*** – измеренное значение величины ***a***, то **|*a*–*x*|** называется

(a) истинной относительной погрешностью x .

(b) истинной абсолютной погрешностью x .

(c) предельной абсолютной погрешностью.

(d) средним арифметическим.

Вариант 8

1. Найти n, если $A_n^5 = 18 \cdot A_{n-2}^4$

2. В ящике находятся 3 пронумерованных пробирки. Наудачу извлекают по одной пробирке. Какова вероятность того, что номера извлечённых пробирок появятся в возрастающем порядке?

3. В корзине находятся 20 шаров, Из них 5-белых, остальные - чёрные. Наугад извлечено 2 шара. Какова вероятность того, что они окажутся белыми?

4. В цехе установлено 5 датчиков предельно допустимой концентрации пыли в воздухе, каждый из которых может включать систему сигнализации. Вероятность срабатывания первого датчика равна 0,8, второго - 0,9, третьего - 0,85, четвёртого - 0,7, пятого - 0,75. Какова вероятность того, что по достижении предельно допустимой концентрации пыли сигнализация сработает?

5. В каждом из четырёх одинаковых ящиков находится по 30 одинаковых колб. В первом ящике трещины имеют 5 колб, во втором - 8 колб, в третьем -10 колб, в четвёртом - все 30 колб с трещинами. Из наудачу выбранного ящика извлечена колба, которая оказалась с трещинами. Эта колба откладывается в сторону, и вторично из этого же ящика извлекается колба, которая также оказывается с трещинами. Какова вероятность того, что обе колбы были извлечены из четвёртого ящика?

6. Вероятность всхожести семян тыквы для определённого вида почвы составляет 0,9. Какова вероятность того, что из 300 посаженных семян взойдут не менее 265?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	10,1	10,8	11,6	12,5	13,6	14,8
p_i	0,12	0,15	0,19	0,23	0,17	0,14

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 12

и 1,5. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]10,5; 13,5[?

б)большие 12?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=13:

варианта x_i	-1,5	-1,2	-0,8	-0,4	0	0,5	0,9	1,3	1,8
частота m_i	1	2	2	1	1	1	2	2	1

Оценить с надёжностью 0,95 математическое ожидание □ нормально распределённого признака X генеральной совокупности при помощи доверительного интервала.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	50,5	49	53	45,5	46,5	51	51,5	47,5	48	46,5
У	3,05	3,6	3,5	2,7	3,15	3,6	3,25	2,8	3,4	2,9

Вариант:	8

Вопрос №1

Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины вычисляется по формуле

(a) $$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

(b) $$M(X) = 0$$

(c) $$D(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2$$

(d) $\sigma = \sqrt{D(X)}$

Вопрос №2

Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной распределением:

x_i	0	1
p_i	0,5	0,5

(a) 11

(b) 0,5

(c) 0,1

(d) 6,3

(e) 4,5

Вопрос №3

Вероятность того, что день будет дождливым *p=0,7*. Найти вероятность того, что день будет без дождя.

(a) 1

(b) 0,37

(c) 0,5

(d) 0,3

(e) -1

Вопрос №4

Чему равно среднее арифметическое наблюдений случайной величины, полученных в результате эксперимента: *12, 13, 14, 12, 12, 15, 13, 14, 15, 15?*

(a) 9,4

(b) 13,5

(c) 15,5

(d) 12

(e) 16,3

Вопрос №5

Элементарными событиями (исходами) называют

(a) События, которые имеют возможность одновременного осуществления

(b) События, образующие полную группу событий

(c) События, когда появление одного из них исключает появление других событий

(d) События, образующие полную группу попарно несовместных равновозможных событий

Вопрос №6

Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна

(a) сумме произведений этих событий.

(b) единице.

(c) сумме вероятностей этих событий.

(d) произведению вероятностей этих событий.

Вопрос №7

Математическое ожидание отклонений значений случайной величины от ее математического ожидания равно

(a) среднему квадратическому отклонению.

(b) 1.

(c) 0.

(d) дисперсии.

Вопрос №8

Вероятность того, что в результате испытания ***нормально*** распределенная случайная величина ***X*** примет какое-нибудь значение из интервала ***(a, b)***, равна

(a) $P(X<x_2) = P(X<x_1) + P(x_1 \leq X<x_2)$

(b) ***F(x)=0*** при ***x*** □□***a*** ; ***F(x)=1*** при ***x>***□***b***

(c) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$

(d) приращению функции распределения на этом интервале: ***P(a*** □***X<b)=F(b) – F(a)***

Вопрос №9

Оценка математического ожидания в случае, если статистические данные представлены в виде ряда: x_i; x_1; x_2; ... x_n

вычисляют по формуле:

(a)

(b) $M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(c) $X=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

(d) $X=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i m_i$

Вопрос №10

Погрешности, существенно превышающие случайные и систематические погрешности называются

(a) систематическими

(b) абсолютными

(c) случайными

(d) промахами или грубыми погрешностями

Вариант 9

1. Выписать все сочетания из элементов y_1, y_2, y_3, y_4 по 3 .

2. В ящике имеется 30 одинаковых упаковок одного и того же препарата. Из них 5 упаковок изготовлено в Уфе, а 25 - в Казани. Какова вероятность того, что случайным образом выбранная упаковка изготовлена в Уфе?

3. В вычислительном центре установлены две ЭВМ. Вероятность сбоя 1-й ЭВМ за смену составляет 0,1, а 2-й ЭВМ - 0,15. Найти вероятность того, что за смену в вычислительном центре будет зафиксирован только один сбой, если обе ЭВМ одновременно включаются в начале смены и одновременно выключаются в конце смены.

4. Вероятность хотя бы одного выигрыша при покупке лотерейных билетов должна быть не ниже 0,9. Сколько при этом необходимо приобрести билетов, если вероятность выигрыша отдельного лотерейного билета равна 0,05?

5. Батарея из пяти орудий произвела залп и 4 снаряда попали в цель. Какова вероятность того, что в цель попали снаряды, выпушенные из первого, третьего и пятого орудий, если вероятности попадания в цель первым, вторым, третьим, четвёртым и пятым орудиями по отдельности соответственно равны p_1=0,8 p_2=0,85 p_3=0,9 p_4=0,75 p_5=0,7?

6. После проверки на стандартность из цеха на склад готовой продукции поступают детали. Какова вероятность того, что в партии из 1000 деталей, поступивших из цеха на склад готовой продукции, более четырёх деталей окажутся нестандартными, если после проверки вероятность того, что деталь будет нестандартной равна 0,005?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0,02	0,08	0,14	0,17	0,19	0,16	0,13	0,11

8. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределённой случайной величины X соответственно равны 24 и 2. Какова вероятность того, что в результате испытания X примет значения:

а) в интервале]20; 23[?

б)меньшие 20?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=13:

варианта x_i	35	36	38	42	45	49	53	55
частота m_i	1	2	2	1	2	1	2	2

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) выборочную дисперсию;

в) несмещённую оценку дисперсии;

г) исправленное среднее квадратическое отклонение.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на X, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

X	47,5	47,5	48,5	51,5	45,5	52	53,5	45	52,5	50,5
У	3,2	3,2	3	3,3	2,8	3,8	3,6	2,9	3,65	3

Вариант:	9

Вопрос №1

Чему равно среднее арифметическое случайной величины, значения которой получены по результатам эксперимента

x_i	6	7	8
m_i	2	3	2

(a) 3

(b) 16,3

(c) 7

(d) 9,4

(e) 10

Вопрос №2

Относительная частота всходов семян злаковых равна 0,95. Сколько было посажено семян, если из посеянных семян взошло 95?

(a) 19

(b) 28

(c) 80

(d) 100

(e) 200

Вопрос №3

Были получены измерения угла вращения оптически активного вещества. Найдите среднее арифметическое наблюдений случайной величины, полученных в результате эксперимента: *2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 2,7?*

(a) 2,3

(b) 2,5

(c) 7,3

(d) 15,5

(e) 1,2

Вопрос №4

В результате испытаний было произведено 100 подбрасываний монеты из них 55 раз появился «орел». Тогда относительная частота появления орла равна

(a) $P*(A)=\frac{1}{2}$

(b) $P*(A)=\frac{55}{100}$

(c) $P*(A)=\frac{4}{10}$

(d) $P*(A)=0$

(e) $P*(A)=1$

Вопрос №5

Элементарными событиями (исходами) называют

(a) События, которые имеют возможность одновременного осуществления

(b) События, образующие полную группу попарно несовместных равновозможных событий

(c) События, образующие полную группу событий

(d) События, когда появление одного из них исключает появление других событий

Вопрос №6

Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна

(a) единице.

(b) произведению вероятностей этих событий.

(c) сумме произведений этих событий.

(d) сумме вероятностей этих событий.

Вопрос №7

Закон распределения дискретной случайной величины может быть задан в виде:

(a) гистограммы частот.

(b) таблицы, содержащей значения случайной величины и соответствующие им вероятности.

(c) полигона относительных частот.

(d) кривой Гаусса.

Вопрос №8

Вероятность того, что в результате испытания ***нормально*** распределенная случайная величина ***X*** примет какое-нибудь значение из интервала ***(a, b)***, равна

(a) $P(X<x_2) = P(X<x_1) + P(x_1 \leq X<x_2)$

(b) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$

(c) ***F(x)=0*** при ***x*** □□***a*** ; ***F(x)=1*** при ***x***>□***b***

(d) приращению функции распределения на этом интервале: ***P(a*** □***X<b)=F(b) – F(a)***

Вопрос №9

Оценка математического ожидания в случае, если статистические данные представлены в виде ряда: x_i: x_1, x_2, ... x_n
вычисляют по формуле:

(a)

(b) $X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i m_i$

(c) $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

(d) $X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Вопрос №10

Абсолютная погрешность среднего арифметического независимых измерений вычисляется по формуле:

(a) $\Delta\bar{x} = t_\gamma(f)S_{\bar{x}}$.

(b) $E\% = \frac{\Delta x}{\bar{x}}100\%$.

(c) $\Delta z = |z'_x \Delta x| - |z'_y \Delta y|$.

(d) $\Delta y = |y'_x / \Delta x|$.

Вариант 10

1. Выписать все перестановки из элементов x_1, x_2, x_3.

2. Из ящика, где было 3 лопнувших и 12 целых пробирок, вынуто наугад 2 пробирки. Какова вероятность того, что обе пробирки целые?

3. В группе 15 студентов. Трое из них имеют задолженности по различным предметам. Какова вероятность того, что 2 наудачу взятых студента не имеют задолженностей ни по одному из предметов.

4. При проведении тренировочного прыжка с парашютом с самолёта прыгают 100 десантников. Из них 20 человек прослужили по полгода в армии, 50 человек по - году и 30 человек - по полтора года. Вероятность

получения травмы при прыжке с парашютом для каждого из десантников со сроком службы полгода, год и полтора года составляет соответственно 0,05 0,03 и 0,02. Какова вероятность того, что хотя бы один десантник получит травму?

5. Пожарная сигнализация включает в себя три датчика и обязательно срабатывает, если сработает, хотя бы один из её датчиков. Вероятность срабатывания первого, второго и третьего датчиков при имитации условий пожара соответственно равны 0,92 0,9 и 0,94. При имитации условий пожара сигнализация сработала. Какова вероятность того, что не сработали

а) первый и второй датчики?

б) первый и третий датчики?

в) второй и третий датчики?

6. Какова вероятность того, что в партии таблеток, насчитывающей 10000 штук, не боле 20 окажутся нестандартными, если вероятность того, что отдельная таблетка окажется нестандартной, составляет 0,0012?

7. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X, заданной законом распределения.

x_i	1,5	3,2	5,1	7,4	8,9	10,5
p_i	0,05	0,09	0,15	0,21	0,29	0,21

8. При розливе витаминизированного сиропа в бутылки объём сиропа считается стандартным, если отклонение расхода сиропа, заливаемого в бутылки, от проектного объёма не превышает по абсолютной величине 2 см^3. Считая, что отклонение расхода сиропа подчинено нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением =0,5 см^3 определить сколько в среднем бутылок из партии 500 штук будут иметь нестандартный объём сиропа?

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма n=20:

варианта x_i	21	22	23	24	25	26
частота m_i	3	4	4	4	3	2

Найти:

а) выборочную среднюю;

б) несмещённую оценку дисперсии;

в) исправленное среднее квадратическое отклонение;

г) оценку среднего квадратического отклонения выборочной средней.

10. Найти коэффициент корреляции, уравнение регрессии У на Х, проверить значимость полученного коэффициента корреляции при α=0,1.

Х	47	47	49	50	52	47	47	54	53
У	2,7	2,8	2,8	2,95	3,05	3	2,7	3,7	3,75

Вариант:	10

Вопрос №1

Сумма вероятностей событий образующих полную группу равна 1. События А, В и С образуют полную группу. Чему равна вероятность события А, если известно, что вероятности событий В и С равны Р(В)=0,2; Р(С)=0,3?

(a) 0,5

(b) 0

(c) -1

(d) 1

(e) $\frac{1}{3}$

Вопрос №2

В корзине лежит 12 шаров из них 4 белых, 5 красных и 3 зеленых. Найти вероятность того, что первый наудачу извлеченный шар – синий.

(a) 1

(b) -1

(c) 0,5

(d) 0

(e) $\frac{1}{3}$

Вопрос №3

Были получены измерения угла вращения оптически активного вещества. Найдите среднее арифметическое наблюдений случайной величины, полученных в результате эксперимента: ***2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 2,7?***

(a) 7,3

(b) 15,5

(c) 2,3

(d) 2,5

(e) 1,2

Вопрос №4

Монету подбросили 100 раз. В 51 случае появился «орел». Найти

относительную частоту появления «орла»

(a) 0,5

(b) -0,49

(c) 0,49

(d) 0,51

(e) -1

Вопрос №5

Какое событие является достоверным?

(a) Любое проведенное испытание

(b) Событие, которое обязательно осуществится в результате испытания.

(c) Событие, которое либо осуществиться в результате испытания, либо нет.

(d) Событие, которое не может осуществиться в результате испытания.

Вопрос №6

Вероятность того, что день будет дождливым *p=0,7*. Найти вероятность того, что день будет без дождя.

(a) 1.

(b) -0,7.

(c) 1,7.

(d) 0,3.

Вопрос №7

Какую величину называют непрерывной случайной величиной?

(a) Величина, которая не может принимать любые значение из заданного интервала.

(b) Величина, которая принимает одно единственное значение из некоторого интервала.

(c) Величина, которая принимает отдельные, изолированные значения с определенными вероятностями.

(d) Случайная величина, которая может принимать любое действительное значение из некоторого интервала действительных чисел.

Вопрос №8

Если возможные значения случайной величины X, заданной функцией распределения *F(x)*, принадлежат интервалу *(a,b)*, то

(a) ***F(x)=-1*** при ***x*** □***a ; F(x)=0*** при ***x*** □□***b*** .

(b) ***F(x)=0*** при ***x***□□***a ; F(x)=1*** при ***x>b*** .

(c) ***F(x)=2*** при ***x*** □□***a ; F(x)=5*** при ***x***□□***b*** .

(d) ***F(x)=a*** при ***x***□***a ; F(x)=b*** при ***x***□***b*** .

Вопрос №9

Оценка средней квадратической погрешности среднего арифметического в случае, если статистические данные представлены в таблице:

x_i	x_1	x_2	...	x_κ
m_i	m_1	m_2	...	m_κ

вычисляется по формуле:

(a) $$M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

(b) $$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

(c) $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

(d) $s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 m_i}{n(n-1)}}$

Вопрос №10

Интервал вида $(\bar{x} - t_p(f)S_{\bar{x}} \le \mu \le \bar{x} + t_p(f)S_{\bar{x}})$ является

(a) доверительным интервалом, покрывающим неизвестный параметр μ с надежностью p :

(b) доверительным интервалом, покрывающим неизвестный параметр □□ с надежностью p :

(c) приближенным интервалом частот.

(d) отрезком.